ریاضی

برائے طلباء وطالبات

10

درجہ ثانویہ عامہ

تنظیم المدارس اہلسنت پاکستان

یونٹ 1

فی صد۔ نسبت اور تناسب

PERCENTAGE, RATIO AND PROPORTION

1. فی صد
2. نسبت
3. تناسب
4. مرکب تناسب

1.1 -فی صد Prcent

لفظ پرسنٹ (Percent) لاطینی لفظ پر سنٹم کی مختصر شکل ہے۔ فیصد عربی زبان کا لفظ ہے جس کا مطلب "سو میں سے" یا "سو پر" ہے۔ فی صد کے لیے علامت %1 استعمال ہوتی ہے۔

1.1۔ فی صد بطور کسر (نسب نما 100 کے ساتھ)

40% کا مطلب 100 میں 40 $= \frac{40}{100}$

60% کا مطلب 100 میں سے 60 $= \frac{60}{100}$

85% کا مطلب 100 میں سے 85 $= \frac{85}{100}$

1.1.2۔ فی صد کی کسر میں تبدیلی بلحاظ نسب نما 100

ہم فی صد کو کسر میں نسب نما 100 کے ساتھ تبدیل کرنے کا طریقہ درج ذیل مثالوں سے دیکھتے ہیں۔

30% کا مطلب 100 میں سے 30 $= \frac{30}{100}$

55% کا مطلب 100 میں سے 55 $= \frac{55}{100}$

مثال:۔ $45\frac{1}{2}$ % اور $22\frac{1}{2}$ %, 70 % کو بطور کسر آسان شکل میں واضح کریں۔

حل:۔ $70\% = \frac{70}{100}$

$= \frac{7}{10}$

$22\frac{1}{2}\% = \frac{45}{2\times100}$

$= \frac{9}{2\times20}$

$= \frac{9}{40}$

$45\frac{1}{2}\% = \frac{91}{2\times100}$

$= \frac{91}{200}$

کسر کو 100 % سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کرنا۔

کسر کو % 100 فی صد سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال:۔ دی گئی کسروں کو فی صد میں تبدیل کیجئے۔

(i) $\frac{7}{20}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{1}{3}$

حل:۔

(i) $\frac{7}{20} = \frac{7}{20} \times 100\%$

$= 7 \times 5\%$

$= 35\%$

(ii) $\frac{9}{20} = \frac{9}{20} \times 100\%$

$= 9 \times 5\%$

$= 45\%$

iii) $\frac{7}{5} = \frac{7}{5} \times 100\%$

$= 7 \times 20\%$

$= 140\%$

(iv) $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 100\%$

$= \frac{100}{3}\%$

$= 33\frac{1}{3}\%$

فی صد کو عشاریہ اور اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنا۔

فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کرنے کیلیئے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال 1:۔ اعشاریہ میں تبدیل کیجئے۔

(i) 54% (ii) $16\frac{1}{2}$ (iii) $27\frac{1}{3}\%$

حل:۔

(i) $54\% = \frac{54}{100}$

$=0.54$

(ii) $16\frac{1}{2}\% = \frac{16.5}{100}$

$=\frac{165}{1000}$

$=0.165$

(iii) $27\frac{1}{3}\% = \frac{82}{3\times100}$

$=\frac{27.3}{100}$

$=\frac{273}{1000}$

$=0.273$

سطح زمین کا% 71 پانی ہے۔

سطح زمین پر خشکی کتنے فی صد ہے۔ ☐

مثال 2 :۔ اسلم نے انگلش میں 50 میں سے 35 نمبر حاصل کئے، اردو میں 75 میں سے 60 اور مطالعہ پاکستان میں 75 میں سے 72 نمبر حاصل کئے۔ اس کی کس مضمون میں کارکردگی بہتر رہی۔

حل :۔ انگلش میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں $= \frac{35}{50} \times 100\%$

$$= 35 \times 2\%$$

$$= 70\%$$

اردو میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں $= \frac{60}{75} \times 100\%$

$$= 20 \times 4\%$$

$$= 80\%$$

مطالعہ پاکستان میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں $= \frac{72}{75} \times 100\%$

$$= 24 \times 4\%$$

$$= 96\%$$

پس اسلم کی بہترین کارکردگی مطالعہ پاکستان کے مضمون میں رہی۔

مثال 3 :۔درج ذیل کو فی صد کی شکل میں واضح کیجئے۔

(i) 0.7 (ii) 0.13 (iii) 1.26

حل:۔

(i) 0.7 $= 0.7 \times 100\%$

$$= \frac{7}{10} \times 100\%$$

$$= 7 \times 10\%$$

$$= 70\%$$

(i) 0.13 $= 0.13 \times 100\%$

$$= \frac{13}{100} \times 100\%$$

$$= 13\%$$

(iii) 1.26 $= 1.26 \times 100\%$

$$= \frac{126}{100} \times 100\%$$

$$= 126\%$$

مشق 1.1

1۔ درج ذیل فی صد کو کسروں کی آسان شکل واضح کیجئے۔

(i) 95% (ii) 65% (iii) 75% (iv) 25% (v) 56% (vi) 48%

(vii) 8% (viii) $33\frac{1}{2}$% (ix) $37\frac{1}{2}$% (x) $87\frac{1}{2}$% (xi) $5\frac{1}{4}$% (xii) $42\frac{1}{2}$%

2۔ درج ذیل کسور کو فی صد کی شکل میں لکھیے اور جہاں ضروری ہو جواب ایک درجہ اعشاریہ تک درست کیجیے۔

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{4}{25}$ (iv) $\frac{13}{20}$ (v) $\frac{31}{25}$ (vi) $\frac{21}{40}$

(vi) $\frac{23}{60}$ (viii) $\frac{8}{3}$ (ix) $\frac{8}{5}$ (x) $\frac{7}{8}$ (xi) $\frac{5}{8}$ (xii) $\frac{3}{8}$

3۔ دی گئی فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کیجئے جبکہ جواب تین درجہ اعشاریہ تک درست ہو۔

(i) 47% (ii) 58% (iii) 92% (iv) 8% (v) 12% (vi) 120%

(vii) 180% (viii) 145% (ix) $5\frac{1}{2}$% (x) $5\frac{1}{3}$% (xi) $48\frac{2}{3}$% (xii) $58\frac{1}{3}$%

4۔ درج ذیل اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کیجئے۔

(i) 0.5 (ii) 0.9 (iii) 1.25 (iv) 1.39 (v) 1.72 (vi) 0.22

(vii) 2.64 (viii) 3.41 (ix) 0.845 (X) 1.78 (xi) 1.58 (xii) 0.065

5۔ درج ذیل جدول کو مکمل کیجئے۔

کسر	فی صد	اعشاریہ
I. $\frac{3}{4}$	75%	0.75
II. $\frac{4}{5}$		0.8
III.	40%	
IV.		0.62
V.	44%	

V.	44%	

1.1.3۔ روز مرہ زندگی میں فی صد کا استعمال

درج ذیل روز مرہ زندگی کی مثالوں پر غور کیجئے جن میں فی صد کو استعمال کیا گیا ہے۔

مثال 1 :۔ اگر ایک کار پارکنگ میں 800 کاریں ہوں اور ان میں سے 80 % کاریں پاکستان میں بنی ہوں تو پاکستانی کاروں کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل :۔ کار پارکنگ میں کاروں کی تعداد $= 800$

80 فی صد $= \frac{80}{100}$

پاکستانی کاروں کی تعداد $= \frac{80}{100} \times 800$

$= 640$

مثال 2 :۔ اگر ایک سکول میں کل طلبہ کا $\frac{4}{5}$ چھٹی پر ہوں تو ہر سو میں کتنے طلبہ چھٹی پر تھے۔

حل :۔ ہر سو میں چھٹی پر طلبہ کی تعداد $= \frac{4}{5} \times 100$

$= 4 \times 20$

$= 80$

پس ہر سو میں سے 80 طلبہ چھٹی پر تھے۔

مثال 3 :۔ اگر ایک کالونی کے 56 % گھروں میں سے ہر گھر میں ایک کار موجود ہو تو کالونی کے کتنے فی صد گھروں میں کار نہیں ہو گی۔

گھروں کی تعداد فی صد میں جن میں کار موجود ہے $= 56\ \%$

گھروں کی تعداد فی صد میں جن میں کار موجود نہیں ہے۔ $= (100 - 56)\ \%$

$= 44\ \%$

پس 44 % گھروں میں کار موجود نہیں ہے۔

اگر دو اشیا کی فیصد میں سے ایک کی فیصد دی گئی ہو تو ہم دوسری کی فی صد معلوم کر سکتے ہیں۔

مشق 1.2

1. اگر ایک سکول کے طلبہ میں سے 45 % لڑکیاں ہوں تو لڑکوں کی تعداد فی صد میں کیا ہو گی؟
2. اگر 82 % گھروں میں ٹیلی وژن ہوں تو کتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہو گا؟
3. ایک ہاکی ٹیم نے کھیلے گئے میچوں میں سے 62 % فی صد جیتے جبکہ 26 % برابر رہے۔ ہاکی ٹیم نے کل کتنے فیصد میچ ہارے؟
4. ایک ہوائی جہاز میں 400 مسافر سوار تھے جن میں سے 52 % مسافر پاکستانی، 17 % چائنیز، 12 % ایرانی اور بقیہ برطانیہ سے تھے۔
   (i) ہر ملک سے کتنے مسافر جہاز میں سوار تھے؟
   (ii) برطانیہ کے مسافر کتنے فی صد تھے؟
5. آمنہ نے ریاضی کے امتحان میں 50 میں سے 46 نمبر حاصل کئے جبکہ کیمسٹری میں 75 میں سے 64 اور فزکس میں 80 میں سے 72 نمبر حاصل کئے۔ اس نے کس مضمون میں بہترین کارکردگی دکھائی؟
6. ایک ترکھان کی ایک میز بنانے پر 720 روپے لاگت آئی۔ اگر اس نے یہ میز 920 روپے میں بیچی ہو تو اس کا منافع فی صد میں بتائیے۔
7. اگر کسی کتاب کا 84 % فی صد حصہ 420 صفحات پر مشتمل ہو تو کتاب میں کل کتنے صفحات ہوں گے؟
8. حمزہ اپنی کل آمدنی میں سے 20 % مکان کے کرایہ پر خرچ کرتا ہے اور بقیہ میں سے 70 % گھریلوں اخراجات پر۔ اگر اسے 1800 روپے کی بچت ہو تو اس کی کل آمدنی کیا ہو گی؟
9. راحیل کی آمدنی روف کی آمدنی سے 25 % زیادہ ہے۔ روف کی آمدنی راحیل کی آمدنی سے کتنے فی صد کم ہے؟

1.2۔ نسبت

پچھلی جماعتوں میں ہم نسبت سے متعلق پڑھ چکے ہیں اور ان سے متعلقہ مسائل حل کر چکے ہیں۔آیئے یاد دہانی کیجئے۔

ہماری روز مرہ زندگی میں ہمیں ہمیشہ اشیا کی قیمتوں یا مقداروں کے موازنہ کی ضرورت رہتی ہے۔مثال کے طور پر اگر ایک ٹوکری میں چھ انڈے اور دوسری ٹوکری میں 24 انڈے ہیں تب دونوں ٹوکریوں میں انڈوں کی تعداد کا موازنہ ہمیں نسبت کو سمجھنے میں راہنمائی کرتا ہے۔

اس لیے ایک جیسی اکائیوں والی ایک جیسی مقداروں کے موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔

نسبت کے لیے علامت " : " ہے۔

1.2.1-(i) نسبت بطور تعلق

اگر a اور b دو مقداروں کو ظاہر کرتے ہوں جبکہ b غیر صفر ہو تو a کی b سے نسبت کو a:b اور کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$ لکھتے ہیں۔

اگر ایک مقدار 2 اور دوسری 3 ہو تو دونوں مقداروں میں نسبت 2:3 یا $\frac{2}{3}$ ہو گی۔

اگر دو مقداریں جن کا موازنہ کیا جانا ہو ایک ہی اکائی میں نہ ہوں تو ان کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم ان کو ایک ہی اکائی میں تبدیل کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر دو لمبائیاں 50 سینٹی میٹر اور 3 میٹر ہوں تو ان کے درمیان نسبت:

100 سینٹی میٹر = 1 میٹر

300 سینٹی میٹر = 3 میٹر

$50:300$

$= 1:6$

('1' کے علاوہ) اگر a اور b صحیح اعداد ہوں اور ان کے درمیان کوئی مشترک جزنہ ہوں تو نسبت a:b اپنی آسان ترین شکل کہلاتی ہے۔

مثال 1 :۔ نسبت 8:12 کو آسان ترین شکل میں لکھئے۔

حل :۔ $8:12 = \frac{8}{4}:\frac{12}{4}$

$= 2:3$

مثال 2 :۔ نسبت 24:12 کو آسان ترین شکل میں لکھئے۔

حل :۔ $24:12 = \frac{24}{12}:\frac{12}{12}$

1.2.1۔ (ii) اینٹی سی ڈینٹ اور کانسی کوئنٹ Antecedent and Consequent

نسبت a:b میں ''a'' کو اینٹی سی ڈینٹ (پہلا یا پہلا آنے والا) کہتے ہیں اور ''b'' کو کانسی کوئنٹ (بعد میں آنے والا) کہتے ہیں۔ مثال طور پر 2:5 میں 2 اینٹی سی ڈینٹ ہے اور 5 کانسی کوئنٹ ہے۔

1.2.1۔ (iii) نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی

آیئے ایک جگ اور ایک گلاس کو دیکھتے ہیں جن میں بالترتیب 1500 ملی لٹر اور 200 ملی لٹر جوس ہے۔

دو اشیا میں جوس کے حجم کا موازنہ = $\frac{\text{گلاس میں جوس کا حجم}}{\text{جگ میں جوس کا حجم}} = \frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$ یا $2:15$

ہم ان دونوں مقداروں کا موازنہ کر سکتے ہیں کیونکہ شمار کنندہ اور نسبت نما میں اکائیاں ایک جیسی ہیں۔اس لیے نسبت 2:15 کی کوئی اکائی نہیں

1.2.1۔(iv) نسبت کا آرڈر

اگر دو مقداروں کو a اور b سے ظاہر کیا جائے تو a سے b کی نسبت کو a:b لکھتے ہیں۔

ہم اس نسبت کو b:a نہیں لکھ سکتے، کیونکہ: $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$ یا $a:b \neq b:a$

اس لیے نسبت میں مقداروں کی ترتیب کو برقرار رکھنا ضروری ہوتا ہے۔مثال کے طور پر 2:5 اور 5:2 دو مختلف نسبتیں ہیں کیونکہ: $\frac{2}{5} \neq \frac{5}{2}$ یا $2:5 \neq 5:2$

1.2.2۔ نسبت میں جب ایک عدد کو بڑھایا یا کم کیا جائے

اگر ایک سکول کی لائبریری میں ریاضی کی کتب کی تعداد کو 75 سے بڑھا کر 95 کیا جائے تو:

پہلی کتب کی تعداد اور موجود کتب کی تعداد میں نسبت = 75:95

= 15:19

یعنی کتب کی تعداد میں اضافہ 15:19 کی نسبت میں ہے۔

مثال 1:۔ایک طالب علم 70 روپے روزانہ خرچ کرتا ہے لیکن اتوار کو وہ صرف 20 روپے خرچ کرتا ہے ۔اتوار اور ہر روز خرچ کیے گئے روپوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

حل:۔ مطلوبہ نسبت = 20:70

= 2:7

مثال 2:۔ 5:4 کی نسبت میں 40 کتب کا اضافہ کیا جائے تو اضافہ کی گئی کتب کی تعداد کیا ہو گی؟

حل:۔ اضافہ کی گئی کتب کی تعداد = 40

دی گئی نسبت = $5:4 = \frac{5}{4}$

کتب کی تعداد میں اضافہ = $40 \times \frac{5}{4}$

= 10×5

= 50

پس کتب کی تعداد میں 50 کتب کا اضافہ ہو گا۔

مثال 3:۔ کس نسبت میں 60 مربع میٹر کو 24 مربع میٹر کم کیا جا سکتا؟

حل:۔ پرانی مقدار : نئی مقدار = مطلوبہ نسبت

$$= 24 : 60$$

$$= \frac{24}{60}$$

$$= \frac{2}{5}$$

$$= 2:5$$

مشق 1.3

1۔ پہلی مقدار کی دوسری مقدار سے آسان شکل میں نسبت معلوم کیجئے۔

(i)Rs.24, Rs.6 (ii) 20Kg, 5kg

(iii) 20cm, 80cm (iv) 5m , 5m

(v) 1500km, 1200km (vi) Rs. 150 , Rs. 275

2۔درج ذیل میں سے ہر نسبت کو آسان شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}:\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{5}{6}:\frac{7}{10}$

(iv) $\frac{13}{40}:\frac{3}{20}$ (v) $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$ (vi) $\frac{4}{10}:20$

(vii) $\frac{15}{10}:2$ (viii) $\frac{12}{10}:\frac{28}{10}$ (ix) $\frac{2}{5}:\frac{1}{3}$

3۔ایک شہر میں 126 میڈیکل کے طلبہ نے درج ذیل جدول کے مطابق سفر کیا۔

کار	بس	ٹیکسی	رکشا
28	75	9	14

درج ذیل طلبہ کے درمیان جنہوں نے سفر کیا نسبت معلوم کیجئے۔

(i) رکشا سے ٹیکسی سے؟

(ii) ٹیکسی سے بس سے؟

(iii) ٹیکسی سے کار سے؟

4. اسکول کی لائبریری میں ریاضی کی 75 کتب، انگلش کی 115 کتب، کیمسٹری کی 85 کتب، اور فزکس کی 60 کتب موجود ہیں۔ درج ذیل نسبت معلوم کیجئے۔

(i) ریاضی کی کتب کی تعداد اور انگلش کی کتب کی تعداد میں۔

(ii) انگلش کی کتب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتب کی تعداد میں۔

(iii) انگلش کی کتب کی تعداد اور فزکس کی کتب کی تعداد میں۔

(iv) فزکس کی کتب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتب کی تعداد میں۔

(v) فزکس کی کتب کی تعداد اور ریاضی کی کتب کی تعداد میں۔

(vi) کیمسٹری کی کتب کی تعداد اور ریاضی کی کتب کی تعداد میں۔

1.2.3۔روزمرہ زندگی میں نسبت کا استعمال

ہماری روزمرہ زندگی میں نسبت سے متعلق چند مثالیں درج ذیل ہیں۔

مثال 1:۔ ایک اسکول میں 1029 طلبہ ہیں۔ جن میں سے 504 لڑکیاں ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد کے درمیان کیا نسبت ہو گی؟

حل:۔

طلبہ کی کل تعداد = 1029

لڑکیوں کی تعداد = 504

لڑکوں کی تعداد = 1029-504

= 525

مطلوبہ نسبت = 525 : 504

مثال نمبر 2:۔ ایک مستطیل کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور چوڑائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ایک دوسری مستطیل کی لمبائی 9 سینٹی میٹر اور چوڑائی 2 سینٹی میٹر ہے۔درج ذیل نسبت معلوم کیجئے۔

(i) دونوں مستطیلوں کی لمبائیوں کے درمیان

(ii) دونوں مستطیلوں کی چوڑائیوں کے درمیان

(iii) دونوں مستطیلوں کے احاطوں کے درمیان۔

(iv) دونوں مستطیلوں کے رقبوں کے درمیان

حل:۔

پہلی مستطیل کی لمبائی = 6 سینٹی میٹر

پہلی مستطیل کی چوڑائی 4 سینٹی میٹر

مستطیل کا رقبہ = 6×4

= 24 مربع سینٹی میٹر =

پہلی مستطیل کا احاطہ = 2 × (6 + 4)

= 20 سینٹی میٹر

دوسری مستطیل کی لمبائی = 9 سینٹی میٹر

دوسری مستطیل کی چوڑائی = 2 سینٹی میٹر

دوسری مستطیل کا رقبہ = 9×2

= 18 مربع سینٹی میٹر =

دوسری مستطیل کا احاطہ = 2× (9+2)

= 22 سینٹی میٹر

(i) پہلی اور دوسری مستطیل کی لمبائیوں کے درمیان نسبت = 6:9

=2:3

(ii) پہلی اور دوسری مستطیل کی چوڑائیوں کے درمیان نسبت = 4:2

=2:1

(iii) پہلی اور دوسری مستطیل کے احاطوں کے درمیان نسبت = 20:22

=10:11

(iv) پہلی اور دوسری مستطیل کے رقبوں کے درمیان نسبت = 24:18

=4:3

مثال 3:۔ اگر $a : b = 2:3$ تو $6a : 5b$ معلوم کیجئے۔

حل:۔ $a : b = 2:3$ یعنی $a = 2, b = 3$

اس لیے $6a : 5b = 6\times2 : 5\times3$

$=12:15$

$=\frac{12}{3}:\frac{15}{3}$

$=4:5$

پس $6a:5b=4:5$

مشق 1.4

1. ہر 6 روپے کے عوض 72 روپے فی درجن کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
2. 160 روپے فی میٹر اور 150 روپے فی میٹر کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
3. 72 روپے 24 کے لیے اور ہر ایک کے لیے 4 روپے کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
4. اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 2 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل نسبتیں معلوم کیجئے۔
   (i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی کے درمیان۔
   (ii) مربع 'A' کے احاطہ اور مربع 'B' کے احاطہ کے درمیان
   (iii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان
5. اگر $a : b = 2:3$ تو $6a : 2b$ معلوم کیجئے۔
6. ایک مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر، اور 6 سینٹی میٹر ہیں۔ مثلث کے اضلاع کی لمبائیوں کے درمیان نسبتیں معلوم کیجئے۔
7. ایک مثلث میں دو زاویے 54° اور 72° ہیں۔ تیسرے زاویے کی دیئے گئے دو زاویوں کی مقداروں کے مجموعہ کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
8. علی کے والد کی ماہانہ تنخواہ 40000 روپے ہے جبکہ اس کے والد کا ماہانہ خرچ 35000 روپے ہے، نسبت معلوم کیجئے۔
   (i) آمدنی اور اخراجات میں
   (ii) اخراجات اور بچت میں

(iii) آمدنی اور بچت میں

9. اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل میں نسبتیں معلوم کیجئے۔

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی میں

(ii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان

10. اگر ایک خاندان کے پاس 12 پرندے ہیں جن میں سے 6 طوطے، 2 چڑیاں اور بقیہ کبوتر ہوں تو:

(i) کبوتروں اور چڑیوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

(ii) کبوتروں اور پرندوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

1.3۔ تناسب Proportion

دو نسبتوں کے درمیان برابری تناسب کہلاتی ہے۔ تناسب کے لیے علامت "::" یا "=" ہے۔

1.3.1۔ طرفین اور وسطین Extremes and Means

اگر a:b = c:d تب a:b :: c:d تناسب ہے ہم اسے اس طرح پڑھتے ہیں۔

a سے b کو نسبت وہی ہے جو کہ c کو d سے۔

a,b,c, اور d تناسب کی رقوم کہلاتی ہے۔

پہلی اور آخری رقم یعنی a اور d سے کو طرفین (extremes) کہتے ہیں۔

دوسری اور تیسری رقم یعنی b اور c کو وسطین (mean) کہتے ہیں۔

$$a:b::c:d$$

$$ad=bc$$

طرفین کا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

مثال:۔ تناسب 60:15 :: 3:x میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل:۔

تناسب 60:15 :: 3: x میں:

a= x، b =3، c = 60 اور d : 15

ad = طرفین کا حاصل ضرب

= x ×15=15

cb = وسطین کا حاصل ضرب

3×60

=180

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

15x

= 180

$x = \frac{180}{15}$

= 12

پس = 12x

1.3.2 تناسب (راست اور معکوس)

تناسب راست direct proportion

دو نسبتوں کے در.یان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں اسی تناسب سے اضافہ کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی دوسری میں اسی تناسب میں کمی کا باعث بنے "راست تناسب" کہلاتی ہے۔

تناسب معکوس Inverse proportion

دو نسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ اسی تناسب سے دوسری مقدار میں کمی کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی اسی تناسب سے دوسری مقدار میں اضافہ کا باعث بنے "تناسب معکوس" کہلاتا ہے۔

1.3.3۔روز مرہ زندگی سے مسائل

مثال1:۔ 20 قلم 2000 روپے کے ہوں تو ایسے 40 قلم کی کیا قیمت ہو گی؟

حل:۔ فرض کیا 40 قلم کی قیمت x روپے ہے تب:

قیمت	قلم
2000	20
x	40

اس لیے

$$20:40::2000:x$$

$$\frac{20}{40} = \frac{2000}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2000}{x}$$

$$x \times 1 = 2 \times 2000$$

$$x = 4000$$

پس 40 قلم کی قیمت 4000 روپے ہو گی۔

مثال2:۔ 80 قمیضوں کی قیمت 22000 روپے ہو تو ایسی 30 قمیضوں کی کیا قیمت ہو گی؟

حل:۔

قیمت	قمیض
22000	80
x	30

اس لیے

$$80:30::22000:x$$

$$\frac{80}{30} = \frac{22000}{x}$$

$$80x = 22000 \times 30$$

$$x = \frac{22000 \times 30}{80}$$

$$x = 8250$$

پس 30 قمیضوں کی قیمت 8250 روپے ہو گی۔

مثال 3:۔ 900 آدمیوں کی آرمی فارمیشن کے پاس خوراک کا 30 دن کا ذخیرہ ہے بعد میں 150 آدمی آرمی فارمیشن کو چھوڑ دیتے ہیں۔ بتایئے وہی خوراک کا ذخیرہ بقیہ آدمیوں کے لیے کتنے دن کے لیے کافی ہوگا؟

آدمیوں کی تعداد = 900

آدمیوں کی تعداد جو آرمی فارمیشن چھوڑ گئے = 150

بقیہ آدمیوں کی تعداد = 900 − 150

= 750

فرض کیا مطلوبہ دنوں کی تعداد x ہے تو:

آدمی	دن
900	30
750	x

اس لیے

$900 : 750 :: x : 30$

$$\frac{900}{750} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = \frac{90 \times 30}{75}$$

$= 6 \times 6$

$= 36$ دن

پس مطلوبہ دنوں کی تعداد = 36

1.4- مرکب تناسب Compound Proportion

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔ تفصیل کے لیے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال 1 :- ایک دکاندار 5 آدمیوں کی مدد سے 8 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر 200 اشیا تیار کرنے کا منصوبہ بناتا ہے۔ اگر 8 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر کام کریں تو کتنی اشیا تیار کی جا سکتی ہیں؟

حل:- فرض کیجئے مطلوبہ اشیاء کی تعداد x ہے۔

آدمی	روزانہ کے اوقات	اشیاء
8	8	200
5	6	x

اگر آدمیوں کی تعداد بڑھتی ہے تو اشیاء کی تعداد بھی بڑھتی ہے۔
(تناسب راست)

اگر کام کرنے کے اوقات میں اضافہ ہوتا ہے تب اشیاء کی تعداد بڑھتی ہے
(تناسب راست)

آدمی	روزانہ کے اوقات کار	اشیاء
5 ↑	8 ↑	200 ↑
8	6	x

$$\frac{x}{200} = \frac{6}{8} \times \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{6}{8} \times \frac{8}{5} \times 200$$

$$= 6 \times 40$$

$$= 240$$

پس مطلوبہ اشیاء کی تعداد 240 ہو گی۔

مثال 2:۔ اگر 4 افراد کے ایک خاندان کے لیے 40 دن کے لیے 4000 روپے کافی ہوں تو 5 افرہو کے خاندان کے لیے 15000 روپے کتنے دنوں کے لیے کافی ہوں گے۔

حل:۔ فرض کیجئے مطلوبہ دنوں کی تعداد x ہے۔

دی گئی مقداروں کو جدول میں رکھنے سے:

دن	افراد کی تعداد	روپے
40	4	4000
x	5	15,000

چونکہ دونوں کی تعداد مطلوب ہے لہٰذا ہم جدول کے آخری کالم کا پہلے دو کالموں سے موازنہ کریں گے۔

اگر روپوں کی تعداد بڑھتی ہے تب دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔

(تناسب راست)

اگر افراد کی تعداد بڑھتی ہے تو دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔

(تناسب معکوس)

دن	افراد کی تعداد	روپے
40 ↑	4 ↓	↑ 4000
x	5	15000

تیر کے نشان کو استعمال کرتے ہوئے ہمارے پاس:

$$\frac{x}{40}=\frac{4}{5}\times\frac{15000}{4000}$$

$$\Rightarrow x=\frac{4}{5}\times\frac{15000}{4000}\times 40$$

$$\Rightarrow x = 120$$

پس 15000 روپے 120 دن کے لیے کافی ہوں گے۔

مشق 1.5

1. $x : 8 :: 50 : 20$ کے تناسب میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔

2. اگر کپڑے کے 15 جوڑوں کی قیمت 6750 روپے ہو تو 4050 روپوں میں کتنے جوڑے خریدے جا سکتے ہیں؟

3. اگر ایک موٹر سائیکل 2 لٹر پٹرول میں 90 کلو میٹر کا فاصلہ طے کرے تو 225 کلو میٹر فاصلہ طے کرنے لیے کتنا پٹرول درکار ہوگا؟

4. ایک گاڑی کو ایک خاص سفر کے لیے 45 کلو میٹر فی گھنٹہ کے حساب سے 5 گھنٹے درکار ہیں. تین گھنٹوں میں اسی سفر کو مکمل کرنے کے لیے گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟

5. 6 آدمی ایک گھر کو چار دنوں میں رنگ سکتے ہیں۔ اگر تین آدمیوں کو رکھا جائے تو وہ کتنے عرصہ میں گھر کو رنگ کریں گے؟

6. ایک مینجر 25 آدمیوں کی مدد سے 4 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر 100 بائیسکل بنانے کا منصوبہ بناتا ہے۔ اگر تین گھنٹے روزانہ کام کیا جائے تو 40 آدمی کتنے بائیسکل بنائیں گے؟

7. 20 مشینوں کی مدد سے ایک فیکٹری میں 7 دنوں میں 560 پنکھے بنتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے پنکھے بن سکیں گے؟

8. ایک فیکٹری میں 20 مشینوں پر 9 دنوں میں 600 سوٹ تیار ہوتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے سوٹ تیار ہوں گے؟

9. ایک ہاسٹل میں 12 آدمیوں کا 28 دن رہنے کا خرچہ 6720 روپے ہو تو 8 آدمیوں کا 14 دن رہنے کے لیے کتنا خرچ آئے گا؟

10. اگر ایک ہوٹل میں 14 آدمیوں کا 8 دن رہنے کے لیے 22400 روپے خرچ آتا ہو تو 7 آدمیوں کا 13 دن کے لیے کتنا خرچ آئے گا؟

11. 14 گائے 63 کلو گرام چارا 18 دن میں کھاتی ہیں۔ 28 دن میں 770 کلو گرام چارا کتنی گائیں کھائیں گی؟

12. 15 کاریگر 8 گھنٹے روزانہ کام کرتے ہوئے 3000 بوتل جوس ایک دن میں تیار کرتے ہیں۔ 18 کاریگر 6 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر روزانہ جوس کی کتنی بوتلیں تیار کریں گے؟

جائزہ مشق 1

1۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) 600 = ? کا 20%:

(a) 12 (b) 120 (c) 20 (d) 200

(ii) 70% کی کسری شکل:

(a) 7 (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{10}{7}$ (d) 7

(iii) $\frac{7}{20}$ فی صد کی شکل میں:

(a) 35% (b) 35 (c) 20 (d) 20%

(iv) $\frac{1}{3}$ فی صد کی شکل میں:

(a) 3% (b) 1% (c) 33% (d) $33\frac{1}{3}\%$

(v) 0.13 = ? فی صد کی شکل میں:

(a) 13 (b) 30 (c) 13% (d) 10%

(vi) a:b = ? کی نسبت میں "a" کو کیا کہتے ہیں؟

(A) انتہائی (b) اینٹی سی ڈینٹ

(c) کانسی کوئنٹ (d) درمیان

(vii) a:b = ? کی نسبت میں "b" کو کیا کہتے ہیں؟

(A) انتہائی (b) اینٹی سی ڈینٹ

(c) کانسی کوئنٹ (d) درمیان

(viii) a: d :c: d = ? کی تناسب میں "a" اور "b" کو کیا کہتے ہیں؟

(a) طرفین (b) وسطین

(c) اینٹی سی ڈینٹ (d) کانسی کوئنٹ

(ix) a: b:: c: d کی تناسب میں "b" اور "c" کو کیا کہتے ہیں؟

(A) وسطین (b) طرفین

(c) کانسی کوئنٹ (d) اینٹی سی ڈینٹ

(x) 75:95 کی آسان شکل کیا ہے؟

(a) 15:17 (b) 15: 19

(c) 19 : 15 (d) 17 : 15

2۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) 30% کا 1500 = ______

(ii) 15% کی کسری شکل = ______

(iii) $\frac{7}{25}$ فی صد کی شکل میں = ______

(iv) $\frac{2}{3}$ فی صد کی شکل میں = ______

(v) 0.29 فی صد کی شکل میں = ______

(vi) a: b کی نسبت میں " a " = ______

(vii) a:b کی نسبت میں " b" = ______

(viii) a:b :: c:d کی تناسب میں a اور d = ______

(ix) a:b :: c:d کی تناسب میں طرفین کا ضرب = ______

(x) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$ کی آسان شکل = ______

1. ایک گاڑی میں 800 مسافر سوار ہو سکتے ہیں۔ اگر 55% مسافر مرد اور 15% بچے ہوں تو عورتیں کتنی فی صد ہوں گی؟

2. عظیم اپنی آمدنی کا 25% کرایہ مکان پر خرچ کرتا ہے جبکہ بقیہ رقم کا 60% گھریلو اخراجات پر، اگر اس کی بچت 2100 روپے ہو تو اس کی کل آمدنی بتائیے؟

3. ایک سکول میں 220 طلبہ کے لیے کرسیاں، 110 طلبہ کے لیے مزیں، 50 کرسیاں سٹاف کے لیے اور 30 میزیں سٹاف کے لیے ہوں تو درج ذیل میں نسبت معلوم کیجئے۔

(i) طلبہ کی کرسیوں اور طلبہ کی میزوں کی تعداد کے درمیان؛

(ii) طلبہ کی کرسیوں اور سٹاف کی کرسیوں کی تعداد کے درمیان؛

(iii) طلبہ کی میزوں اور سٹاف کی میزوں کی تعداد کے درمیان؛

1. ایک مثلث میں دو زاویے 48° اور 60° ہوں تو تیسرے زاویے کی پہلے دو زاویوں کے مجموعے کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

2. 8 لوگ ایک کام کو 24 دنوں میں کرتے ہیں اگر 4 مزید لوگ شامل ہو جائیں تو وہی کام کتنے دنوں میں مکمل ہو گا؟

3. ایک ہاسٹل میں 18 طلبہ کا 36 دن رہنے کا خرچہ 58320 روپے ہے۔ 9 طلبہ کا 12 دن ہاسٹل میں رہنے کا خرچ معلوم کیجئے۔

خلاصہ

- فی صد کا مطلب "سو میں سے" ہے۔
- دو ایک جیسی چیزوں کے درمیان موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔
- A:b میں "a" کو اینٹی سی ڈینٹ کہتے ہیں۔
- A:b میں "b" کو کانسی کوینٹ کہتے ہیں۔
- دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔
- A:b ::c: d میں "a" اور "d" کو طرفین اور "c" اور "b" کو وسطین کہتے ہیں۔
- دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسری کی مقدار میں اسی تناسب میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے ہم تناسب راست کہتے ہیں۔
- دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسرے کی مقدار میں کمی یا ایک کی مقدار میں کمی دوسرے کی مقدار میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے ہم تناسب معکوس کہتے ہیں۔
- دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو "مرکب تناسب" کہتے ہیں۔

یونٹ 2

زکوۃ۔ عشر اور وراثت (ترکہ)

ZAKAT, USHAR AND INHERITANCE

- زکوۃ
- عشر
- وراثت (ترکہ)

2.1۔ زکوٰۃ ZAKAT

زکوٰۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوٰۃ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرح پر غرباء اور ضرورت مندوں میں بذات خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

2.1.1۔ نصاب Nisab

ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی ملکیت میں 7.5 تولہ (86.1562 گرام) سونا یا 52.5 تولہ (603 گرام) چاندی یا اس کے برابر روپیہ پیسہ رکھتا ار کھتی ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا ہے/کہلاتی ہے۔ اسے چاہیے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرح کے حساب سے زکوٰۃ ادا کرے۔ زکوٰۃ دو قسم کی دولت پر ادا کی جاتی ہے۔

(i) ظاہری دولت (exposed wealth) (ii) غیر ظاہری دولت (Unexposed wealth)

ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات، اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔ جبکہ غیر ظاہری دولت میں سونا چاندی روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔

2.1.2۔ زکوٰۃ کی شرح Rate of Zakat

زکوٰۃ صاحب نصاب مسلم ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا/کرتی ہے۔ زکوٰۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیس واں $\frac{1}{40}$ حصہ ہے۔ تاہم زیر استعمال سامان جیسا کہ مشینی آلات، خام مال، کارخانہ کی عمارت وغیرہ پر زکوٰۃ لاگو نہیں ہوتی۔

مثال 1:۔ 5,00,000 روپے کی رقم پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

حل:۔ رقم = 5,00,000 روپے

زکوٰۃ کی شرح = 2.5%

$$=2.5\times\frac{1}{100}=\frac{25}{10}\times\frac{1}{100}$$

$$=\frac{25}{1000}$$

زکوٰۃ کی رقم $=5,00,000\times\frac{25}{1000}$ روپے

$$=500\times25$$

$=12,500$ روپے

مثال 2:۔ 3,00,000 روپے کی رقم، 40 گرام سونا اور 500 گرام چاندی پر زکوۃ کی رقم نکالیے جبکہ سونے کی قیمت 3500 روپے فی گرام اور چاندی کی قیمت 400 روپے فی گرام ہو۔

حل:۔ رقم = 3,00,000 روپے .... (I)

سونے کا وزن = 40 گرام

سونے کی قیمت فی گرام = 3500 روپے

40 گرام سونے کی قیمت = 3500 × 40 روپے

= 1,40, 000 روپے .... (ii)

چاندی کا وزن = 500 گرام

چاندی کی قیمت فی گرام = 400 روپے

500 گرام چاندی کی قمت = 500×400

= 2,00,000 روپے .... (iii)

زکوۃ کے لیے کل رقم = 3,00,000 روپے + 1,40,000 روپے + 2,00,000 روپے

= 6,40,000 روپے

زکوۃ کی شرح = 2.5%

6,40,000 روپے پر زکوٰۃ = 6,40,000×2.5%

$$= 6,40,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{6,40,000 \times 25}{1000}$$

$$= 640 \times 25$$

= 16,000 روپے

2.2۔ عشر USHR

قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فی صد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی ادائیگی کی شرح 5 فی صد ہے۔ مصنوعی ذرائع سے مراد نہروں اور ٹیوب ویل وغیرہ سے کاشت ہے۔

مثال 1:۔ اگر قدرتی ذرائع سے گندم کی فصل کی پیدوار 40000 کلو گرام ہو تو عشر کی رقم معلوم کیجئے، جبکہ گندم کی قیمت 950 روپے فی 40 کلو گرام ہے۔

حل:۔

گندم کا وزن = 40,000 کلو گرام

40 کلو گرام گندم کی قیمت = 950 روپے

ایک کلو گرام گندم کی قیمت $= \frac{950}{40}$

40,000 کلو گرام گندم کی قیمت $= \frac{950}{40} \times 40000$ روپے

$= 9,50,000$ روپے

عشر کی رقم $= 9,50,000 \times 10\%$

$= 9,50,000 \times \frac{10}{100}$

$= 95,000$ روپے

مثال 2:۔ مصنوعی ذرائع کی مدد سے پیدا کی گئی 3000 کلو گرام چاول کی فصل پر عشر کی رقم نکالیے جبکہ 40 کلو گرام چاول کی قیمت 2000 روپے ہے۔

حل:۔

چاول کی فصل کا وزن = 3000 کلو گرام

40 کلو گرام چاول کی قیمت = 2000 روپے

1 کلو گرام چاول کی قیمت $= \frac{2000}{40}$ روپے

$= 50$ روپے

3000 کلو گرام چاول کی قیمت $= 3000 \times 50$

$= 1,50,000$ روپے

عشر کی رقم $= 1,50,000 \times 5\%$

$$=1,50,000\times\frac{5}{100}$$

$$=1500\times5$$

$$=7500$$ روپے

2.3 وراثت (ترکہ) INHERITANCE

جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں اور اس کو اس کے قانونی وارثوں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔ وراثت کی تقسیم کے قوانین کو اسلام میں بڑے واضح طریقے سے بیان کیا جاتا ہے۔ وارثوں میں تقسیم کرنے سے پہلے درج ذیل رقم کی ادائیگی کرنی ہوتی ہے

1۔ کفن، دفن کے اخراجات کی ادائیگی

2۔ مرحوم یا مرحومہ کے ذمہ قرض کی ادائیگی

3۔ مرحوم یا مرحومہ کی وصیت پر عمل کرنا

2.3.1۔ جائیداد میں قانونی وارثوں کے حصوں کی نسبت

Ratio of shares among Legal Inheritors of a property

یہاں ہم مرحوم یا مرحومہ کے رشتہ داروں میں سے ہر ایک کا/کی وراثت میں حصہ کا ذکر کریں گے۔ اسلام میں کل 12 رشتے ہیں جو کہ قانونی وارث ہوتے ہیں۔ ہم ان میں سے دس کا ذکر کرتے ہیں۔

1. اگر خاوند وفات پا جائے تو بیوی (بیوہ) کا حصہ اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی عدم موجودگی میں $\left(\frac{1}{4}\right)$ ہوگا۔
2. اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی موجودگی میں بیوی (بیوہ) کا حصہ $\left(\frac{1}{8}\right)$ ہوگا۔
3. دو یا دو سے زیادہ بیویاں اس حصہ کو برابر، برابر حاصل کریں گیں۔
4. ایک بیٹے کو دو بیٹیوں کے برابر حصہ ملے گا۔ یعنی بھائی کو بہن کے حصہ کا دوگنا ملے گا۔
5. پوتے کو پوتی سے دوگنا حصہ ملے گا۔

6. اگر دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہی ہیں تو انہیں ،وارث کا $\left(\frac{2}{3}\right)$ حصہ ملے گا۔
7. اگر بیٹی ایک ہی ہے یا باپ میں رشتہ میں کوئی اور ایک پوتی ہے تو مختص حصہ $\left(\frac{1}{2}\right)$ ہے۔
8. دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہوں تو پوتی/نواسی کا حصہ نہیں ہوگا۔
9. اگر ایک بیٹی ہو اور باپ سے رشتہ میں ایک پوتی/نواسی ہو تو بیٹی کا حصہ $\left(\frac{1}{2}\right)$ اور باپ سے رشتہ میں پوتی/نواسی کا بقیہ کا $\left(\frac{1}{6}\right)$ ہوگا جو کہ میزان کو $\left(\frac{2}{3}\right)$ بناتا ہے۔
10. اگر بیوی وفات پا جائے تو خاندان کو ورثہ کا $\left(\frac{1}{2}\right)$ حصہ ملے گا۔

یاد رکھیں۔

جب ایک مسلمان وفات پا جاتا ہے تو اس کے ورثہ کو شریعت کے مطابق
تقسیم کرنا چار ذمہ داریوں میں سے ایک ہے۔

2.3.2 ہر ایک قانونی وارث کا جائیداد میں حصہ معلوم کرنا

Calculate Amount of Share of Each Legal Inheritor of a Property

آیئے ہر ایک وارث کے حصہ کو درج ذیل مثالوں کی مدد سے معلوم کیجئے۔

مثال 1:۔ ایک آدمی نے روپے 24,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔اس میں سے اس کی بیوی، ایک بیٹے اور ایک بیٹی کا حصہ معلوم کیجئے۔

حل:۔

جائیداد کی مالیت = 24,00,000 روپے

بیوی کا حصہ = $\frac{1}{8}$

بیوی کی مالیت = $\frac{1}{8}\times 24,00,000$

= 3,00,000 روپے

باقی رقم $=24,00,000-3,00,000$

$=21,00,000$ روپے

بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت $=2:1$

نسبتی مجموعہ $=2+1$

$=3$

بیٹی کے حصے کی مالیت $=21,00,000\times\frac{1}{3}$

$=7,00,000$ روپے

بیٹے کے حصے کی مالیت $=2\times7,00,000$

$=14,00,000$ روپے

مثال 2:۔ ایک شخص نے ایک جائیداد 30,00,000 روپے کی مالیت کی چھوڑی۔ اگر اس کے ہاں کوئی بچہ نہ ہو تو اس کی بیوی کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:۔ جائیداد کی مالیت $=30,00,000$ روپے

بیوی کا حصہ $=\frac{1}{4}$

بیوی کے حصہ کی مالیت $=30,00,000\times\frac{1}{4}$ روپے

$=7,50,000$ روپے

مثال 3:۔ ایک شخص جو جائیداد چھوڑ کر وفات پا گیا اس کی جائیداد کی مالیت 3,30,000 روپے ہے۔ اگر اس نے اپنے پیچھے تین بیٹیاں چھوڑیں ہوں تو ہر ایک بیٹی کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل:۔ چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت $=3,30,000$ روپے

تینوں بیٹیوں کا حصہ $=\frac{2}{3}$

تینوں بیٹیوں کے حصے کی مالیت $=3,30,000\times\frac{2}{3}$

$=110000\times2$

$=2,20,000\times$ روپے

$$2,20,000 \times \frac{1}{3} = \text{ہر ایک بیٹی کے حصے کی مالیت}$$

$$= 7,33,33.33 \text{ روپے}$$

مثال: اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، ایک بیٹا اور دو بیٹیاں چھوڑی ہوں تو ان میں سے ہر ایک کے حصہ کی جائیداد میں مالیت معلوم کیجیے۔ جبکہ چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت 48,00,000 روپے ہے۔

حل:-

$$48,00,000 \text{ روپے} = \text{جائیداد کی مالیت}$$

$$\frac{1}{8} = \text{بیوہ کا حصہ}$$

$$48,00,000 \times \frac{1}{8} = \text{بیوہ کے حصے کی مالیت}$$

$$= 6,00,000 \text{ روپے}$$

$$48,00,000 - 6,00,000 = \text{باقی مالیت}$$

$$= 42,00,000 \text{ روپے}$$

$$2:1:1 = \text{بیٹے اور بیٹیوں کے حصوں میں نسبت}$$

$$2 + 1 + 1 = \text{نسبتی مجموعہ}$$

$$= 4$$

$$\frac{2}{4} \times 42,00,000 = \text{بیٹے کے حصے کی مالیت}$$

$$= 2 \times 10,50,000 \text{ روپے}$$

$$= 21,00,000 \text{ روپے}$$

$$\frac{1}{4}\, 42,00,000 = \text{ہر ایک بیٹی کے حصے کی مالیت}$$

$$= 10,50,000 \text{ روپے}$$

مشق 2.1

سوال 1. اگر سونے کی مالیت 11,10,000 روپے ہو تو اس پر زکوۃ معلوم کیجیے۔

سوال 2. اگر چاندی کی مالیت 30,00,000 روپے ہو تو اس پر زکوۃ معلوم کیجیے۔

سوال 3. 10 تولہ سونا اور 40 تولہ چاندی پر زکوۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کی قیمت 40,000 روپے فی تولہ اور چاندی کی قیمت 5000 روپے فی تولہ ہو۔

سوال 4. سونے کی مالیت 80,00,000 روپے نقد رقم 4,00,000 روپے اور چاندی تولہ (5000 روپے تولہ) پر زکوۃ معلوم کیجیے۔

5. قدرتی ذرائع سے پیدا شدہ چاول کی فصل مالیتی 6,00,000 روپے پر عشر معلوم کیجیے۔

6. مصنوعی ذرائع سے پیدا شدہ گندم کی فصل مالیتی 3,50,000 روپے پر عشر معلوم کیجیے۔

7. اگر ایک شخص نے 7,50,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی ایک بیوہ، 2 بیٹوں اور ایک بیٹی مین ہر ایک کی جائیداد کی مالیت معلوم کیجیے۔

8. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور چار بیٹیاں چھوڑیں ہوں تو اس کی 4,00,000 روپے کی مالیتی وارثت میں ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

9. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور 15,00,000 روپے کی مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی بیوہ کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

10. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور دو بیٹے چھوڑے ہوں تو اس کی وارثت مالیتی 20,00,000 روپے میں سے ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

11. اصغر نے ایک جائیداد 4,80,000 روپے کی چھوڑی۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑیں جائیداد میں سے ہر ایک کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

12. نجیب نے 4,00,000 روپے اپنے ورثہ میں چھوڑے۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ چھوڑی جبکہ ان کے ہاں کوئی بچہ نہ تھا۔ نجیب کی بیوہ کا حصہ معلوم کیجیے۔

جائزہ مشق 2

1. صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) زکوۃ کی کٹوتی کس شرح سے ہوتی ہے

(a) 2.5% (b) 3.5% (c) 4.5% (d) 5.5%

(ii) قدرتی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عشر کی کٹوتی کی شرح کیا ہے؟

(a) 2.5% (b) 5% (c) 10% (d) 20%

(iii) مصنوعی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عشر کی کٹوتی کی شرح کیا ہے۔

(a) 5% (b) 10% (c) 2.5% (d) 25%

(iv) 1,00,000 روپے پر زکوۃ کی کٹوتی کیا ہے۔

(a) 2500 روپے (b) 25000 روپے (c) 2000 روپے (d) 15000 روپے

(v) قدرتی ذرائع سے پیدا کی گئی گندم کی فصل مالیتی 1,50,000 روپے پر عشر کی کٹوتی کیا ہے؟

(a) 10,000 روپے (b) 5000 روپے (c) 15000 روپے (d) 20000 روپے

(vi) بیوہ کا وراثتی جائیداد میں حصہ (اولاد کی موجودگی میں) کتنا ہے؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

(vii) بیوہ کا وراثت میں اولاد یا باپ کی طرف سے کسی اور اولاد کی غیر موجودگی میں کیا حصہ ہوگا؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

(viii) صرف ایک پوتی/نواسی یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/نواسی کی موجودگی میں اُن کا حصہ کیا ہوگا؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(ix) دو یا دو سے زیادہ پوتیاں/نواسیاں یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/نواسی کی موجودگی میں ان کا حصہ کیا ہوگا؟

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(x) ایک بیٹی اور پوتی کی موجودگی میں باپ کی جائیداد میں سے ان کا حصہ کیا ہوگا؟

(a) $\frac{1}{2},\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2},\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2},\frac{1}{8}$

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) زکوۃ کی کٹوتی کی شرح__________

(ii) قدرتی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح__________

(iii) مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح__________

(iv) 2,00,000 روپے کی مالیت پر زکوۃ کی کٹوتی__________

(v) 1,00,000 روپے پر 10% کے حساب سے عشر کی مالیت__________

(vi) ایک وراثتی جائیداد میں بیوہ کا حصہ (اولاد کی موجودگی میں)__________

(vii) اگر وراثتی جائیداد میں اولاد کی عدم موجودگی میں بیوہ کا حصہ__________

(viii) اگر صرف ایک ہی بیٹی ہو تو وارثت میں حصہ__________

(ix) وارثت میں بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت__________

(x) دو یا دو سے زیادہ بیٹیوں کی موجودگی میں ان کا وراثت میں حصہ__________

.3 ~~15,00,000~~ 3 روپے مالیت کے سونے پر زکوۃ کی کٹوتی معلوم کیجیے۔

.4 اگر مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی چاول کی فصل مالیت 4,90,000 روپے ہو تو عشر معلوم کیجیے۔

.5 ایک شخص نے اپنے پیچھے 45,00,000 روپے کی مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس کی ایک بیوہ اور دو بیٹوں میں سے ہر ایک کا جائیداد میں حصہ معلوم کیجیے۔

.6 اکرم نے 48,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑی جائیداد میں ہر ایک کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

خلاصہ

- زکوۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوۃ وہ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرح سے پر غربا اور ضرورت مندوں میں بذات خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔
- ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی مالکیت میں 7.5 تولہ (86.1562 گرم) سونا یا 52.5 تولہ (603 گرام) چاندی یا اس کے برابر روپیہ، پیسہ رکھتا/رکھتی ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا ہے۔ اسے چاہیئے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرح کے حساب سے زکوۃ ادا کرے۔ زکوۃ دو قسم کی دولت پر ادا جاتی ہے

(i) ظاہری دولت (ii) غیر ظاہری دولت

- ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔
- غیر ظاہری دولت میں سونا، چاندی، روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔
- زکوۃ صاحب نصاب مسلمان ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا/کرتی ہے زکوۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیس واں $\left[\frac{1}{40}\right]$ حصہ ہے۔
- قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فی صد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زری پیداوار پر عشر کی شرح 5 فی صد ہے
- جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں۔

یونٹ 5

صارفین کی ریاضی

CONSUMER MATHEMATICS

- ❖ ٹیکسز
- ❖ یوٹیلیٹی بلز
- ❖ ذاتی آمدنی

ٹیکس TAXES

تعلیم، صحت، قومی دفاع وغیرہ پر قومی اخراجات پورے کرنے کے لیے گورنمنٹ مختلف اقسام کے ٹیکس اپنی عوام پر لگاتی ہے جو کہ براہ راست ٹیکس یا بالواسطہ ٹیکس پر مشتمل ہوتے ہیں۔

5.1.1 ٹیکس Tax

آمدنی یا نفع کے تناسب سے حاصل کی گئی رقم یا سامان کی قیمت خرید میں شامل اضافی رقم یا خدمات پر وہ رقم جو کہ ریاست کو ادا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔

براہ راست ٹیکس Direct Tax

یہ وہ ٹیکس ہے جو کہ آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس یا جائیداد ٹیکس کی شکل میں براہ راست حکومت افراد سے وصول کرتی ہے۔

بالواسطہ ٹیکس Indirect Tax

اس ٹیکس میں ڈیوٹیز، مشینری پر ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس شامل ہیں۔ اس میں جنرل سیلز ٹیکس اور ویلیو ایڈڈ ٹیکس بھی شامل ہیں۔

بنیادی اصلاحات

5.1.2 بنیادی اصطلاحات Key Terms

سیلز ٹیکس

Sales Tax

جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہمیں ٹیکس کی ایک خاص رقم جو کسی چیز کی قیمت خرید میں بطور ٹیکس اضافی ٹیکس کی صورت میں شامل ہوتی ہے ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس قیمت فروخت پر مقررہ شرح فی صد سے ادا کیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کی خریداری پر یا خدمت کے عوض 16% سیلز ٹیکس لیا جاتا ہے۔

مثال 1: ٹیلی ویژن پر 16% سیلز ٹیکس لگایا جاتا ہے۔ اگر ٹیلی ویژن پر درج قیمت 18000 روپے ہو تو ٹیلی ویژن خریدنے والے کو کل کتنی قیمت ادا کرنی پڑے گی۔

حل: ٹیلی ویژن پر درج قیمت = 18000 روپے

جتنا سیلز ٹیکس ادا کرنا ہوگا = $\frac{16}{100} \times 18000 = 2880$ روپے

ٹیلی ویژن خریدنے کے لیے کل رقم جو ادا کرنی ہوگی = $18000 + 2880 = 208800$ روپے

مثال 2 :۔ایک کمپیوٹر کی قیمت 34800روپے ہے جس میں 16% سیلز ٹیکس شامل ہے۔ کمپیوٹر کی اصل قیمت کیا ہے؟

حل:

کمپیوٹر کی قیمت بمعہ ٹیکس = 34,800روپے

فرض کیا کمپیوٹر کی اصل قیمت = 100 روپے

16% سیلز ٹیکس کے ساتھ کمپیوٹر کی قیمت = 116 روپے

اس کمپیوٹر کی اصل قیمت $= \frac{100}{116} \times 34800 = \frac{3480000}{116}$ روپے

$= 30,000$ روپے

ایکسائز ڈیوٹی Excise Duty

ایکسائز ڈیوٹی (Excise Duty) ٹیکس کی وہ شکل ہے جسے خریدار تیار شدہ چیز پر بوقت خرید ادا کرتا ہے۔ مثال کے طور پر کاریں الیکٹرونکس کی اشیاء اور کپڑا وغیرہ خریدتے وقت ہمیں قیمت خرید کے ساتھ یہ ٹیکس بھی ادا کرنا ہوتا ہے۔

مثال 1 :۔ ایک آدمی ایک 1000 سی سی کار خریدنا چاہتا ہے۔ اسے کار کی قیمت پر 150% ایکسائز ڈیوٹی ادا کرنی ہوگی۔ اگر کار کی قیمت 5,00,000 روپے ہو تو اسے کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟

حل:

کار کی قیمت = 5,00,000روپے

ایکسائز کی شرح = 150%

5,00,000روپے پر ایکسائز ڈیوٹی $= \frac{150}{100} \times 5,00,000$

$= 150 \times 5000 = 7,50,000$ روپے

آدمی کو جو کل رقم ادا کرنی ہوگی $= 7,50,000 + 5,00,000 = 12,50,000$ روپے

مثال 2 :۔ایک ٹیلی ویژن کی قیمت 14040 روپے ہے۔ جس میں 20% ایکسائز ڈیوٹی بھی شامل ہے۔ ٹیلی ویژن پر لگائی گئی ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔ مزید یہ کہ ٹیلی ویژن کی قیمت بغیر ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔

حل:

ٹیلی ویژن کی قیمت بمعہ ایکسائز ڈیوٹی = 14040روپے

ایکسائز ڈیوٹی = 20%

100 = فرض کیا ٹیلی ویژن کی اصل قیمت

روپے 120 = 20% ایکسائز ڈیوٹی کے ساتھ ٹیلی ویژن کی قیمت

$$14040 \times \frac{100}{120}$$ = ٹیلی ویژن کی اصل قیمت

$$14040 \times \frac{5}{6}$$

$$= 2340 \times 5 = 11700$$ روپے

پس ٹیلی ویژن کی قیمت ایکسائز ڈیوٹی کے علاوہ 11700 روپے ہوگی۔

پراپرٹی ٹیکس Property Tax

پراپرٹی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالکان سے 16% کی شرح سے پراپرٹی کی سالانہ آمدنی پر لیا جاتا ہے۔

مثال:۔ ایک فلیٹ کی سالانہ قیمت 14,00,000 روپے۔ 16% سالانہ کی شرح سے قابل ادا پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

روپے 14,00,000 = فلیٹ کی سالانہ آمدنی

16% = ٹیکس کی شرح

$$14,00,000 \times \frac{16}{100}$$ = قابل ادا ٹیکس

$$= 14,000 \times 16$$

$$= 2,24,000$$ روپے

پس کل قابل ادا پراپرٹی ٹیکس 2,24,000 روپے ہے۔

انکم ٹیکس Income Tax

یکم جولائی سے 30 جون تک کے مالی سال کے دوران تمام قسم کی آمدن پر ٹیکس کو انکم ٹیکس (Income Tax) کہتے ہیں۔ اگر آمدن کا گوشوارہ (Income Return) 30 جون 2010 تک دائر کیا جائے۔ تو مالی سال 2010-2009 سمجھا جائے گا اور ٹیکس کا سال 2009 کہلائے گا۔ ہر مالی سال کے اختتام پر ہر اس شخص کو جس کی آمدنی ٹیکس کے قابل ہو کو گوشوارہ داخل کرنا ہوتا ہے جو سالانہ حاصل کی گئی آمدن کو ظاہر کرتا ہے۔ گورنمنٹ ایک خاص رقم کو ٹیکس سے مستثنیٰ (Exemption) قرار دیتی ہے اور بقیہ رقم پر ٹیکس ادا کرنا ہوتا ہے۔

تنخواہ دار لوگوں کی قابل ٹیکس آمدن (Taxable Income) پر ٹیکس لگانے کے لیے بنیادی تنخواہ (Basic Pay) میں تمام الاؤنسز (Allownces) شامل کیے جاتے ہیں۔

مثال 1 :۔ ایک شخص کی سالانہ آمدنی بشمول الائونسز 3,60,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,80,000 روپے ہے۔اس شخص کو 0.75% کے حساب سے کتنا ٹیکس ادا کرنا ہوگا

حل :

شخص کی کل سالانہ آمدنی = 3,60,000 روپے

چھوٹ کی رقم = 1,80,000 روپے

قابل ٹیکس آمدن = $3,60,000 - 1,80,000$

روپے $= 1,80,000$

ٹیکس کی شرح = 0.75%

قابل ادا ٹیکس کی رقم = $1,80,000 \times 0.75\%$

$$1,80,000 \times \frac{0.75}{100} =$$

$$= 1,80,000 \times \frac{75}{100 \times 100} = 18 \times 75$$

$= 1350$ روپے

مثال 2: ایک شخص کی کل سالانہ آمدنی 6,28,500 روپے ہے اور چھوٹ کی رقم 1,80,000 روپے ہے۔ بقیہ آمدنی پر 3.50% کی شرح سے کل قابل ادا ٹیکس معلوم کیجیے۔ اور جبکہ 15000 روپے انکم ٹیکس آمدنی میں سے پہلے ہی کاٹ لیا گیا ہو۔

حل :

کل سالانہ آمدن = 6,28,500 روپے

چھوٹ کی رقم = 1,80,000 روپے

ٹیکس کے قابل آمدنی = $6,28,500 - 1,80,000$

$= 4,48,500$ روپے

ٹیکس کی شرح = 3.50%

کل قابل ادا ٹیکس = $4,48,500 \times 3.50\%$

$$= 4,48,500 \times \frac{350}{100 \times 100} = \frac{4485 \times 7}{2}$$

$= \frac{31395}{2} = 15697.50$ روپے

پہلے سے منہا شدہ ٹیکس = 15,000 روپے

قابل ادا ٹیکس = $15697.50 - 15,000$

$= 697.50$ روپے

مشق 5.1

1۔ ایک بائیسکل کی قیمت 3500 روپے ہے۔ اگر سیلز ٹیکس کی شرح 16% ہو تو ایسے 50 بائیسکلوں کی قیمت پر سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔

2۔ اگر ایک ائیر کنڈیشنر کی قیمت 40,000 روپے ہو تو اس پر 16% کی شرح سے سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔
مزید ائیر کنڈیشنر کی قیمت بمعہ سیلز ٹیکس بھی معلوم کیجیے۔

3۔ 1300 سی سی اور 1600 سی سی دو کاروں کی بغیر ایکسائز ڈیوٹی کی قیمت بالترتیب 6,00,000 روپے اور 8,00,000 روپے ہے۔ اگر ان دونوں کاروں پر ایکسائز ڈیوٹی بالترتیب 200% اور 250% ہو تو دونوں کاروں کی قیمت بشمول ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔

4۔ ایک گھر اور ایک زمین سے سالانہ آمدنی بالترتیب 15,00,000 روپے اور 20,00,000 روپے ہے۔ ان دونوں میں سے ہر ایک پر
16% شرح سے پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

5۔ دو آدمیوں کی کل قابل ٹیکس آمدنی بالترتیب 2,50,000 روپے اور 3,10,000 روپے ہے۔ دونوں کی آمدنی پر
4.5% کی شرح سے قابل ادا انکم ٹیکس معلوم کیجیے۔

6۔ ایک شخص کی کل سالانہ آمدن 4,30,000 روپے ہے۔ اگر اسے قابل ادا ٹیکس پر 3000 روپے چھوٹ دی جاتی ہو تو
اسے 4.5% کی شرح سے کتنا انکم ٹیکس ادا کرنا ہوگا۔

7. اگر ایک شخص کی کل سالانہ آمدنی 6,25,000 روپے روپے ہو جبکہ چھوٹ 1,50,000 روپے ہو تو بقیہ آمدنی
اسے 4.5% کی شرح سے قابل ٹیکس معلوم کیجیے۔

8. ایک شخص کی کل آمدنی 5,25,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,50,000 روپے ہے۔ اس کی بقیہ آمدنی پر 4.5% کی شرح سے قابل ادا ٹیکس معلوم کیجیے جبکہ 10,000 روپے کی رقم انکم ٹیکس کی مد میں پہلے ہی منہا کرلی گئی ہے۔

5.2 یوٹیلیٹی بلز UTILITY BILLS

اس حصہ میں ہم یوٹیلیٹی بلز پر غور کریں گے جو کہ بجلی، گیس اور ٹیلی فون سے متعلقہ ہوں گے۔

بجلی کا بل Electricity Bill

گھریلو بجلی کا بل ہر گھر کے لیے ایک خاص رقم پر مشتمل ہوتا ہے۔ یہ رقم استعمال کیے گئے یونٹس کی مختلف قیمتوں پر مشتمل ہوتی ہے۔

درج ذیل میں، یونٹس کی قیمتیں دی گئی ہیں۔

پہلے 100 یونٹس کی قیمت بحساب 2.65 روپے فی یونٹ

اگلے 200 یونٹس کے قیمت بحساب 3.64 روپے فی یونٹ

اگلے 700 یونٹس کے قیمت بحساب 6.15 روپے فی یونٹ

باقی استعمال کیے گئے یونٹس کی قیمت بحساب 7.41 روپے فی یونٹ

استعمال ہونے والے یونٹس ایک میٹر پر ریکارڈ ہوتے رہتے ہیں۔ مہینہ کے شروع اور آخر میں لی گئی ریڈنگز کا فرق مہینہ میں استعمال کی گئی بجلی کے یونٹس کو ظاہر کرتا ہے۔ ہر مہینہ کے بجلی کے بل میں ایکسائز ڈیوٹی، ٹیلی ویژن فیس اور انکم ٹیکس بھی شامل کیا جاتا ہے۔

مثال:۔ احسن ایک ماہ میں 1050 یونٹس بجلی استعمال کرتا ہے اس مہینہ میں بجلی کا کتنا بل ادا کرنا ہوتا ہے۔

حل:۔ استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 1050

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے $= 100 \times 2.65 = 265$ روپے

اگلے 200 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے $= 200 \times 3.64 = 728$ روپے

اگلے 400 یونٹس کی قیمت 6.15 روپے فی یونٹ کے حساب سے $= 700 \times 6.15 = 4350$ روپے

بقیہ 50 یونٹس کی قیمت 7.41 روپے فی یونٹ کے حساب سے $= 50 \times 7.41 = 370.50$ روپے

1050 یونٹس کی کل قیمت $= 5668.50$ روپے .... (i)

1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی $= 85.03$ روپے .... (ii)

بجلی کی ڈیوٹی $= 62.52$ روپے .... (iii)

ٹیلی ویژن کی فیس $= 25.00$ روپے .... (iv)

انکم ٹیکس $= 91.00$ روپے .... (v)

کل رقم (i) + (ii) + (iii) + (iv) + (v) $= 5907.05$ روپے

یا روپے 5907=

5607.3 Ans

گیس کا بل Gas Bill

بہت سے گھروں میں کھانا پکانے اور حرارت (Heat) حاصل کرنے کے لیے گیس استعمال ہوتی ہے۔ استعمال کی گئی گیس کی مقدار

کو حجم (Volume) میں ماپا جاتا ہے اور اسے ایک میٹر کے ذریعے یونٹس (Units) میں ریکارڈ کیا جاتا ہے۔ ہر یونٹ میں 100 مکعب فٹ

(Cubic Feet) گیس ہوتی ہے۔

01-07-2009 سے گھریلو صارفین کے لیے گیس سیلب کی شرح درج ذیل ہے۔

سلیب	گیس کا استعمال Hm3 میں	روپے فی MMBTU
1	0 تا 0.50	80.65
2	0.50 تا 1	84.45
3	1 تا 2	153.73
4	2 تا 3	325.48
5	3 تا 4	423.42
6	4 تا 5	550.44
7	5 اور اس سے بالاتر	730.17

مثال:۔ گیس میٹر ریڈنگ سے ظاہر ہوتا ہے کہ 4.872Hm3 گیس ایک ماہ میں استعمال ہوئی۔ قابل ادا رقم بشمول

جی ایس ٹی کی 16% شرح سے معلوم کیجیے۔

حل:۔

(i) 4Hm3 کے لیے گیس اخراجات = 423.42... روپے

(ii) 0.872Hm3 کے لیے گیس اخراجات = 84.45... روپے

(iii) کرایہ میٹر = 120.00 روپے

کل رقم = (i) + (ii) + (iii) = 627.87 روپے

16% کی شرح سے جی ایس ٹی = $\frac{16}{100} \times 627.87 = 100.46$ روپے

موجودہ بل = 627.87 + 100.46

= 728.33 روپے

= 729 روپے

ٹیلی فون کے بل (Telephone Bills)

ٹیلی فون کال کا خرچ تین چیزوں پر انحصار کرتا ہے۔

(i) کال کرنے والے اور کال سننے والے کے درمیان فاصلہ۔

(ii) دن کے اوقات یا ہفتہ کا وہ دن جس دن کال کی جاتی ہے۔

(iii) کال کا دورانیہ

ان تین اجزاء کو مختلف انداز سے اکٹھا کر کے میٹر کے لیے ٹائم یونٹ بنایا جاتا ہے ہر یونٹ کی قیمت مقررہ شرح سے لی جاتی ہے

ایک صارف کا قوانین کے تحت ٹیلی فون کا بل درج ذیل ہے۔

(i) پی ٹی سی ایل اخراجات = 1233 روپے

[illegible]

[illegible]

(ii) ایف۔ ای۔ ڈی = 259 روپے

(فیڈرل ایکسائز ڈیوٹی)

(iii) ڈبلیو۔ ایچ۔ ٹیکس = 49 روپے

(ود ہولڈنگ ٹیکس)

مقررہ تاریخ تک ادائیگی = 1540 روپے

سرچارج = 80 روپے

مقررہ تاریخ کے بعد ادائیگی = 1620.00 روپے

موبائل فون کا بل درج ذیل طریقے سے بنایا جاتا ہے۔

190 منٹ کال کے اخراجات = 570.00 روپے

(3 روپے فی منٹ کی شرح سے)

ایس ایم ایس کے اخراجات = 100.00 روپے

(1 روپے فی SMS)

سی ای ڈی کے اخراجات = 105.00 روپے

(15 فی صد کی شرح سے)

کل قابل ادا رقم = 775.00 روپے

مشق نمبر 2

1. درج ذیل میں استعمال کی گئی کی میٹر ریڈنگ دی گئی ہے گیس کا بل دی گئی سلیب کے مطابق مکمل کیجیے۔ نیز اس میں کرایہ میٹر اور جی ایس ٹی بھی شامل کیجیے۔

(i)	$3.0756 Hm^3$	(ii)	$4.285 Hm^3$	(iii)	$2.796 Hm^3$
(iv)	$1.378 Hm^3$	(v)	$5.235 Hm^3$	(vi)	$4.665 Hm^3$

2. بجلی کے استعمال کی بناء پر ذیل میں استعمال کیے گئے یونٹس درج ہیں۔ حل شدہ مثال کی مدد سے بجلی کے بل مکمل کیجیے۔

(i)	315 یونٹس	(ii)	210 یونٹس
(iii)	375 یونٹس	(iv)	290 یونٹس

3. درج ذیل میں کی گئی ٹیلی فون کی کالز کی تعداد دی گئی ہے۔ کال کی شرح 5 روپے فی کال، سی۔ای۔ڈی 15% کی شرح اور ڈبلیو۔ایچ۔ ٹیکس 4% کی شرح سے شامل کرکے ٹیلی فون بل مکمل کیجیے۔

(i)	530	(ii)	640	(iii)	750
(iv)	270	(v)	480	(vi)	315

5.3 ذاتی آمدن PERSONAL INCOME

کسی شخص کی انفرادی طور پر روزانہ، ہفتہ وار، ماہانہ یا سالانہ کی بنیاد پر حاصل کی گئی آمدنی کو اس شخص کی ذاتی آمدنی کہتے ہیں۔

5.3.1 ورکر کی ذاتی آمدنی Personal Income of a Worker

کسی شخص کی ذاتی آمدن دیکھنے کے لیے جو کہ روزانہ کی بنیاد پر کام کر رہا ہو ہم درج ذیل مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1 :۔ درج ذیل میں فیکٹری ملازمین کی مجموعی روزانہ اجرت معلوم کیجیے۔ جبکہ ایک گھنٹہ کام کی اجرت 50 روپے ہو

اور ایک دن 8 گھنٹوں پر مشتمل ہو۔

	نام	کتنے گھنٹے کام کیا	50 روپے فی گھنٹہ کے حساب سے تنخواہ
1	اسلم	3	3×50=150 روپے
2	انور	5	5×50=250 روپے
3	دانیال	8	8×50=400 روپے
4	عبداللہ	7	7×50=350 روپے
5	علی	4	4×50=200 روپے
6	حمزہ	6	6×50=300 روپے
	مجموعی اجرت		=1650 روپے

اضافی وقت کے ساتھ روزانہ اجرت Daily wages along with over time

مثال 2 :۔ دانیال ایک ہفتہ میں سوموار سے جمعہ تک 5 دن کام کرتا ہے۔ وہ روزانہ صبح 8 بجے کام شروع کرتا ہے اور شام 4 بجے ختم کرتا ہے۔ اسے روزانہ ایک گھنٹے کا وقفہ ملتا ہے اور وہ دو گھنٹے روزانہ اضافی وقت کام کرتا ہے۔ اگر اسے 60 روپے فی گھنٹہ معمول کی اجرت اور 80 روپے فی گھنٹہ اضافی وقت کے دیئے جائیں تو وہ ایک ماہ میں کتنے گھنٹے کام کرے گا۔ نیز اس کا مجموعی ماہانہ تنخواہ بھی معلوم کیجیے۔

حل :۔

صبح 8 بجے سے شام 4 بجے تک گھنٹوں کی تعداد =8 گھنٹے

چونکہ اسے روزانہ 1 گھنٹہ کا وقفہ ملتا ہے اس لیے وہ روزانہ 7 گھنٹے کام کرتا ہے۔

ایک ہفتہ میں گھنٹوں کی تعداد = 5×7

=35 گھنٹے

ایک مہینہ میں گھنٹوں کی تعداد $= 4 \times 35$

$= 140$ گھنٹے

ایک ماہ کی تنخواہ 60 روپے فی گھنٹہ کے حساب سے $= 140 \times 60$

$= 8400$ روپے

چونکہ دانیال روزانہ 2 گھنٹے اضافی کام کرتا ہے اس لیے

ایک ہفتہ میں جتنے گھنٹے اضافی کام کیا $= 2 \times 5$

$= 10$ گھنٹے

ایک ماہ میں جتنے گھنٹے اضافی کام کیا $= 4 \times 10$

$= 40$ گھنٹے

ایک ماہ میں اضافی کام کی تنخواہ $= 40 \times 80$

$= 3200$ روپے

اضافی وقت کی تنخواہ + تنخواہ = مجموعی تنخواہ

$= 8400 + 3200$

مجموعی تنخواہ = 11600 روپے

مثال 3: ایک سیلز مین کو 60 فی گھنٹہ کے علاوہ فروخت کی گئی اشیاء پر 5% کمیشن بھی دیا جاتا ہے۔ اگر وہ دوکان پر صبح 8 بجے سے رات 10 تک کام کرتا ہو اور 20,000 روپے کی مالیت کی اشیاء فروخت کرتا ہو تو اس کی روزانہ کی مجموعی آمدنی کیا ہو گی؟

حل:

صبح 8 بجے سے رات 10 بجے تک کام کا دورانیہ = 14 گھنٹے

تنخواہ فی گھنٹہ = 60 روپے

روزانہ کی تنخواہ $= 14 \times 60$

$= 840$ روپے

کمیشن کی شرح = 5%

$$5\% \text{ of } 20,000 = \frac{5}{100} \times 20000$$

$= 1000$ روپے

کمیشن + تنخواہ = روزانہ کی کل تنخواہ

$= 840 + 1000$

$= 1840$ روپے

5.3.2 تنخواہ دار شخص کی مجموعی آمدنی Gross Income of a Salaried Person

ایک تنخواہ وار شخص کی مجموعی آمدنی اس کی بنیادی تنخواہ، کرایہ مکان، کنوینس الاؤنس، مہنگائی الاؤنس ،میڈیکل الاؤنس وغیرہ پر مشتمل ہوتی ہے۔

مثال:۔ اگر کسی شخص کی بنیادی تنخواہ 30,000 روپے مہینہ ہو اور اسے بنیادی تنخواہ کا 15% کرایہ مکان، 10% مہنگائی الاؤنس، 2000 روپے کنوینس اور 1000 روپے میڈیکل الاؤنس کے طور پر دیے جائیں تو اس شخص کی مجموعی ماہانہ تنخواہ معلوم کیجیے۔

حل:۔

بنیادی تنخواہ = 30,000 روپے

کرایہ مکان = 30,000 کا 15%

$$= \frac{15}{100} \times 30000$$

= 4500 روپے

مہنگائی الاؤنس = 30,000 کا 10%

$$= \frac{10}{100} \times 30000$$

= 3000 روپے

شخص کی ماہانہ تنخواہ کا بنیادی ڈھانچہ درج ذیل ہے۔

i.	بنیادی تنخواہ	= 30,000 روپے
ii.	کرایہ مکان	= 4500 روپے
iii.	مہنگائی الاؤنس	= 3000 روپے
iv.	کنوینس الاؤنس	= 2000 روپے
v.	میڈیکل الاؤنس	= 1000 روپے

مجموعی ماہانہ تنخواہ = 40,500 روپے ((i) + (ii) + (iii) + (iv) + (v))

5:3.3 کٹوتی کے بعد آمدنی Income after Deductions

کسی شخص کی حقیقی آمدنی یا وہ آمدنی جو وہ گھر لے کر جاتا ہے اس سے مراد ہے کہ وہ تنخواہ جو اسے مجموعی تنخواہ میں سے ضروری کٹوتیوں کے بعد ملتی ہے۔

مثال:- اگر ایک شخص کی مجموعی تنخواہ 25000 روپے ہو اور اسے 360 روپے انکم ٹیکس، 1500 روپے بینویلنیٹ فنڈ 1000 روپے جی پی فنڈ اور 300 روپے گروپ انشورنس کے ادا کرنا ہوں تو اس شخص کی آمدنی باقی آمدنی معلوم کیجیے۔

حل:- مجموعی تنخواہ = 25,000 روپے

کٹوتی

(i) انکم ٹیکس = 360 روپے ......

(ii) بینویلنیٹ فنڈ = 1500 روپے ......

(iii) جی پی فنڈ = 1000 روپے ......

(iv) گروپ انشورنس = 300 روپے ......

کل کٹوتی = 3160 روپے : {(i), (ii), (iii), (iv) کا مجموعہ}

حقیقی آمدنی = مجموعی تنخواہ - کٹوتی

=25000-3160

حقیقی آمدنی = 21,840 روپے

مشق 5.3

1. ایک خاتون کارکن ہفتہ میں 6 دن کام کرتی ہے۔ وہ صبح 7 بجے کام شروع کرتی ہے اور 4 بجے ختم کرتی ہے۔ اسے صبح کے وقت 15 منٹ کا وقفہ اور شام 45 منٹ کا وقفہ ملتا ہے۔ اگر ادائیگی کی شرح 40 روپے فی گھنٹہ ہو تو وہ ایک ہفتہ میں کتنا کام کرتی ہے اور اس کو کتنی ادائیگی ہوتی ہے

2. خالد ہفتہ میں 6 دن کام کرتا ہے اگر اسے 200 روپے یومیہ ادا کیا جائے تو اس کی مجموعی ماہانہ اجرت معلوم کیجیے۔

3. ہفتہ میں 6 دن روزانہ 8 گھنٹہ کی بنیاد پر کام کرتے ہوئے اسلم کو 70 روپے فی گھنٹہ ادائیگی ہوتی ہے۔ اضافی وقت کی ادائیگی 70 روپے ف گھنٹہ کا 1.5 گنا ہے۔ اگر وہ 40 گھنٹے اضافی وقت کام کرتا ہے اس کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔

4. اگر ایک شخص کی بنیادی تنخواہ 18000 روپے، کرایہ مکان الاؤنس 3500 روپے، مہنگائی الاؤنس 3000 روپے اور کونس الاؤنس 1500 روپے اور میڈیکل الاؤنس 500 روپے ہو تو اس شخص کی مجموعی ماہانہ تنخواہ کیا ہوگی؟

5. اگر ایک شخص کی آمدنی میں کٹوتی کی شکل میں 400 روپے انکم ٹیکس، 1200 روپے بینوویلنیٹ فنڈ، 1500 روپے جی پی فنڈ اور 400 روپے گروپ انشورنس شامل ہوں تو 45000 روپے میں سے اس کے پاس کتنی رقم باقی بچے گی؟

6. نعمان ایک فیکٹری میں کام کرتا ہے جہاں 35 گھنٹوں کے ہفتہ میں 50 روپے فی گھنٹہ اجرت دی جاتی ہے۔ اضافی وقت کام کرنے پر 50 روپے فی گھنٹہ کا 1.5 گنا دیا جاتا ہے۔ وہ ہفتہ کتنا کمائے گا اگر وہ درج ذیل گھنٹے کام کرتا ہے ہو۔

(i) 38 گھنٹے (ii) 48 گھنٹے (iii) 50 گھنٹے

7. عبداللہ کی تنخواہ کی سلپ ظاہر کرتی ہے کہ اس نے ہفتہ میں 36 گھنٹے کام کے علاوہ 6 گھنٹے اضافی کام کیا ہے۔ اگر اس کی تنخواہ کی بنیادی شرح 60 روپے فی گھنٹہ اور اضافی وقت کی ادائیگی 60 روپے کا 1.5 گنا ہو تو عبداللہ کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔

جائزہ مشق 5

1. صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) وہ رقم جو آمدنی کی تناسب سے کچھ چیزوں کی لاگت میں منافع کے اضافہ اور خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے۔

انکم ٹیکس کہلاتی ہے(d) جائیداد کا ٹیکس کہلاتی (c) ایکسائز ڈیوٹی کہلاتی ہے (b) ٹیکس کہلاتی ہے (a)

(ii) وہ ٹیکس جو آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، جائیداد ٹیکس وغیرہ کی شکل میں وصول کیا جاتا ہے اسے:

انکم ٹیکس کہلاتی ہے (d) جائیداد ٹیکس کہتے ہیں (c) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں (b) ٹیکس کہتے ہیں (a)

(iii) ذیو ٹیز سوٹر ویکل ٹیکس کی شکل میں ٹیکس کو:

انکم ٹیکس کہتے ہیں (d) جائیداد ٹیکس کہتے ہیں(c) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں(b) بالواسطہ ٹیکس کہتے ہیں (a)

(iv) کسی چیز کی قیمت میں اضافی ٹیکس کو:

ایکسائز ڈیوٹی کہتے ہیں(d) انکم ٹیکس کہتے ہیں(c) سیلز ٹیکس کہتے ہیں(b) ٹیکس کہتے ہیں (a)

(v) کسی تیار کی گئی چیز پر ایک خریدار، خریدنے کے وقت جو ٹیکس ادا کرتا ہے اسے:

سیلز ٹیکس کہتے ہیں(d) انکم ٹیکس کہتے ہیں(c) ٹیکس کہتے ہیں(b) ایکسائز ڈیوٹی کہتے ہیں (a)

(vi) وہ ٹیکس جو زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالک سے حاصل کیا جاتا ہے:

غیر براہ راست ٹیکس کہتے ہیں(d) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں(c) انکم ٹیکس کہتے ہیں(b) پراپرٹی ٹیکس کہتے ہیں (a)

(vii) وہ ٹیکس جو تمام قابل ٹیکس آمدنی پر لگایا جاتا ہے:

ایکسائز ڈیوٹی کہلاتا ہے(d) انکم ٹیکس کہلاتا ہے(c) براہ راست ٹیکس کہلاتا ہے (b) سیلز ٹیکس کہلاتا ہے (a)

2. خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) وہ رقم جو آمدنی کے تناسب سے اور منافع سے حاصل کرکے یا سامان کی قیمت میں جمع کرکے یا خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے وہ ________ کہلاتی ہے۔

(ii) جو ٹیکس جو آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، جائیداد ٹیکس اور منافع کی شکل میں حاصل کیا جاتا ہے اسے ________ کہتے ہیں۔

(iii) ذی چیز، موٹر وہیکل ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس کو ______ کہتے ہیں۔

(iv) کسی چیز کی قیمت میں اضافی طور پر شامل ٹیکس کو ______ کہتے ہیں۔

(v) کسی تیار کی گئی چیز پر ایک خریدار، خریدتے وقت جو ٹیکس ادا کرتا ہے اسے ______ کہتے ہیں۔

(vi) وہ ٹیکس جو زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالک سے حاصل کیا جاتا ہے اسے ______ کہتے ہیں۔

(vii) وہ ٹیکس جو تمام قابل ٹیکس آمدنی پر لگایا جاتا ہے اسے ______ کہتے ہیں۔

(viii) اگر ایک فلیٹ سے سالانہ آمدنی 6,00,000 روپے ہو تو 15% کی شرح سے قابل ادا ٹیکس ______ روپے ہوگا۔

(ix) 12000 روپے قیمت کے ٹیلی ویژن پر 10% کی شرح سے اضافی ٹیکس ______ روپے ہوگا۔

(x) 3,00,000 روپے کی رقم پر 150% کی شرح سے ایکسائز ڈیوٹی ______ روپے ہوگی۔

3. ایک ٹرائی سائیکل کی قیمت 4000 روپے ہے۔ اگر ایک سائیکل پر 16% کی شرح سے سیلز ٹیکس لیا جائے تو ایسی 30 سائیکلوں پر سیلز ٹیکس معلوم کیجیے

4. اگر ایک شخص کی مجموعی آمدنی 7,00,000 روپے ہو اور اس پر 1,50,000 روپے کی چھوٹ ہو تو 4.5% کی شرح سے کتنا ٹیکس حاصل ہوگا؟

5. گیس کا میٹر ایک ماہ کے دورانیہ میں $5.670Hm^3$ گیس کا استعمال ظاہر کرتا ہے۔ 16% جی ایس ٹی کی شرح کے ساتھ گیس کے بل کی قابل ادا رقم معلوم کیجیے۔

6. درج ذیل میں بجلی کے لیے استعمال کیے گئے یونٹس دیے گئے ہیں۔

(i) 275 یونٹس (ii) 200 یونٹس (iii) 340 یونٹس (iv) 285 یونٹس

بجلی کے بل ان تمام اشیاء کو شامل کر کے بنائیے جیسا کہ حل شدہ مثال میں ہے۔

7. ایک شخص کی ماہانہ مجموعی آمدنی 75000 روپے ہے۔ اگر 1500 روپے، 1200 روپے اور 1800 روپے بالترتیب انکم ٹیکس، بینوولینٹ فنڈ اور جی پی فنڈ منہا کیے گئے ہوں تو وہ شخص باقی کتنے روپے گھر لے جائے گا؟

خلاصہ

- ،، رقم جو آمدنی کے تناسب سے اور منانفع سے حاصل کرکے یاسامان کی قیمت خرید میں اضافہ کرکے یاخدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔
- براوراست ٹیکس ،، آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس اور منافع پر ٹیکس کی شکل میں حاصل کیا جاتا ہے۔
- بلواسطہ ٹیکس میں ڈیوٹیز، موٹر وہیکلز، سامان، خدمات ٹیکس، (جی ایس ٹی) ٹیکس اور قیمت میں اضافی جمع شدہ ٹیکس شامل ہیں۔
- جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہم ایک خاص رقم بطور اضافی ٹیکس جو کہ چیز کی قیمت خرید میں شامل کرتے ہوئے ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس عام طور پر قیمت فروخت کی ایک مقررہ شرح فی صد سے دیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کے خرید اور خدمات مہیا کرنے پر 16% کی شرح سے سلیز ٹیکس وصول کیا جاتا ہے۔
- ایکسائز ڈیوٹی ٹیکس کی وہ شکل جو ایک خریدار ایک تیار کی گئی چیز پر خریدتے وقت ادا کرتا ہے۔
- پراپرٹی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ، یا عمارات کے مالک سے ایک خاص شرح 16% کے حساب سے سالانہ آمدنی پر وصول کیا جاتا ہے۔
- انکم ٹیکس ہر سال یکم جولائی سے اگلے سال 30 جون کے درمیان قابل ٹیکس آمدن پر وصول کیا جاتا ہے۔

یونٹ 1

الجبری کلیے ALGEBERAIC FORMULAS

اور ان کا اطلاق AND APPLICATIONS

- الجبری جملے
- الجبری کلیے
- مقادیر اصم اور ان کا اطلاق
- ناطق بنانا

الجبری جملے: ALGEBRAIC EXPRESSIONS

الجبرا حساب کی توسیع ہے الجبرا میں a,b,c جیسے حروف تہجی مستقل مقداروں کو ظاہر کرتے ہیں اور x,y,z کو ہم قابل انتخاب عددی قیمت کیلئے استعمال کرتے ہیں

الجبری جملے میں اعداد اور حروف تہجی عوامل کی علامتوں ÷, x, -, + کے ساتھ استعمال ہوتے ہیں جبکہ علامت + اور - الجبری جملے کی رقوم (Terms) کو جدا کرتی ہیں۔

مثال

$ax + by$	2 رقموں (Terms) پر مشتمل ہے
$3x - 2y$	2 رقموں (Terms) پر مشتمل ہے
$9x^2 - 7xy + 7y^2$	3 رقموں (Terms) پر مشتمل ہے
$5xy$	1 رقم (Term) پر مشتمل ہے

درج بالا میں اعداد a,b,3,2,9,7,5 ان جملوں میں عددی سر کہلاتے ہیں جبکہ x,y متغیرات کہلاتے ہیں۔

ایک الجبری جملہ تین طرح کا ہوتا ہے

(i) کثیر رقمی polynomial (ii) ناطق جملہ Rational (iii) غیر ناطق جملہ Irrational

x متغیر میں 'n' کی کثیر رقمی یوں لکھی جاتی ہے

$$P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,$$

جبکہ 'n' ایک غیر منفی عدد ہے اور $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_3, a_2, a_1, a_0$ حقیقی اعداد ہیں جبکہ $a_n \neq 0$ ہے نیز متغیر 'x' کا سب سے بڑا قوت نما 'n' ہے لہٰذا اس کثیر رقمی کا درجہ 'n' ہے

ناطق جملے: Rational Expressions

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{p}{q}$ طرز کا عدد جس میں $q \neq 0$ اور $p, q \in Z$ ناطق عدد کہلاتا ہے۔

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی طرز میں لکھا گیا ایک جملہ (جس میں $Q(x) \neq 0$ جبکہ $P(x)$ اور $Q(x)$ متغیر x میں کثیر رقمیاں ہیں)
ایک ناطق جملہ کہلاتا ہے

مثال:

$$(i)\frac{x^2+1}{x^3+x^2+3}\quad (ii)\frac{x^3+8}{x+1}\quad (iii)\frac{2x^2+3x+3}{x^2+x+2}\quad (iv)\frac{x+1}{x^2+2x+3}$$

ناطق جملے کہلاتے ہیں۔ ناطق جملے، ناطق اعداد کی طرح جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کیے جاسکتے ہیں،
ناطق جملے دو طرح کے ہوتے ہیں۔

(i) واجب ناطق جملے

(ii) غیر واجب ناطق جملے

واجب ناطق جملے :Proper Rational Expressions

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$، $Q(x) \neq 0$ واجب ناطق جملہ کہلاتا ہے اگر $P(x)$ کا درجہ $(degree)$ $Q(x)$ کے
درجے سے کم ہو

مثال

$\frac{3x^3+4x^2+5}{2x^4+1}$ ، $\frac{x+1}{x^2+3x+7}$ واجب ناطق جملے ہیں۔

غیر واجب ناطق جملے :Improper Rational Expressions

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$، $Q(x) \neq 0$ جس میں $P(x)$ کا درجہ $(degree)$ $Q(x)$ کے درجے کے برابر یا اس
سے کے درجہ سے بڑا ہو غیر واجب ناطق جملہ کہلاتا ہے۔

مثال

$\frac{x+5}{x-1}$ ، $\frac{x^3+1}{x^2-x+4}$ ، $\frac{x^2+4x+5}{x^2+1}$ ، $\frac{x^2+2x+4}{x+1}$ غیر واجب ناطق جملے ہیں۔

دیے گئے الجبری جملوں کا مشاہدہ Examine a Given Algebraic Expression

درج ذیل جملوں پر غور کیجیے۔

(i) $2x^2+3x+9$ (ii) $x+5$ (iii) $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+1$ (iv) $\frac{-4}{x^3}$

(i) اور (ii) کثیر رقمی ہیں لیکن (iii) اور (iv) کثیر رقمی نہیں۔ کیونکہ (iii) اور (iv) متغیرات کے قوت نما صحیح اعداد نہیں ہیں۔

درج ذیل پر بھی غور کیجیے۔

(i) $\frac{x+1}{x^3+x^2+3}$ (ii) $\frac{x^3+1}{x-1}$ (iii) $\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+1$

(iv) $2\sqrt{y}+\frac{3}{\sqrt{x}}+1$ (v) $\frac{\sqrt{y}+3}{x2/3}$

(i) اور (ii) ناطق جملے ہیں لیکن (iii) اور (iv) اور (v) ناطق جملے نہیں ہیں۔ کیونکہ متغیرات کے قوت نما صحیح اعداد ہیں۔

ناطق جملے اپنی مختصر ترین شکل میں:

Rational Expressions in its Lowest Terms

اگر A, B اور C کثیر رقمیاں ہوں جبکہ $B, C \neq 0$ ہو تو $\frac{AC}{BC}=\frac{A}{B}$

(جو کہ کسور کا بنیادی قانون کہلاتا ہے)

اس اصول کو ناطق جملوں کو مختصر ترین شکل میں تبدیل کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

ایک ایسا ناطق جملہ جس کے شمار کنندہ اور مخرج میں '1' اور 1- کے علاوہ کوئی مشترک جزو نہ ہو اپنی مختصر ترین شکل میں کہلاتا ہے۔

یہ جاننے کے لئے کہ کوئی جملہ اپنی مختصر ترین شکل میں ہے یا نہیں، ہم دی گئی مثال پر غور کرتے ہیں۔

مثال: $\frac{8x^3y^2}{12xy^5}$ کی مختصر ترین شکل معلوم کریں۔

$$\frac{8x^3y^2}{12xy^5} = \frac{2x^2 4xy^2}{3y^2.4xy^2}$$
$$= \frac{2x^2}{3y^3}$$

پس کسی بھی ناطق جملے کو مختصر ترین شکل میں تبدیل کرنے کے لیے سب سے پہلے ہم شمار کنندہ اور مخرج کے اجزائے ضربی بناتے ہیں) اور اس کے بعد کسروں کے بنیادی اصول کی مدد سے مطلوبہ جملہ حاصل کرتے ہیں۔

مثلاً

$$\frac{b^2-a^2}{b^3-a^3} = \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a)(b^2+ab+a^2)}$$
$$= \frac{(b+a)}{(b^2+ab+a^2)}$$

ناطق جملوں کا اختصار Reduce a Rational Expression to its Lowest Terms

مثال:۔ مختصر ترین شکل میں تبدیل کریں۔

(i) $\frac{32x^5x^7}{-4x^2y^9}$ (ii) $\frac{2-x}{3x^2-5x-2}$

حل :

(i) $\frac{32x^5y^7}{-4x^2y^9}$

$$= \frac{8x^3.4x^2y^7}{y^2.4x^2y^7}$$
$$= -\frac{8x^3}{y^2}$$

(ii) $\frac{2-x}{3x^2-5x-2}$

$$= \frac{2-x}{3x^2-6x+x-2}$$
$$= \frac{2-x}{3x(x-2)+1(x-2)}$$
$$= \frac{2-x}{(3x+1)(x-2)}$$
$$= \frac{(-1)(x-2)}{(3x+1)(x-2)}$$
$$= \frac{(-1)(x-2)}{(3x+1)(x-2)}$$
$$= \frac{-1}{3x+1}$$

ناطق جملوں کی جمع، تفریق اور ضرب Sum, Difference and Product of Rational Expressions

ہم ناطق جملوں کی جمع، تفریق اور ضرب درج ذیل مثالوں سے سیکھتے ہیں۔

مثال 1:۔

حل کریں۔

(i) $\frac{x+1}{x^2-3x+2}+\frac{x+2}{x^2-4x+3}$

(ii) $\frac{x+2}{x^3+1}+\frac{x}{x^2-1}$

حل

(i) $\frac{x+1}{x^2-3x+2}+\frac{x+2}{x^2-4x+3}$

$$=\frac{x+1}{x^2-2x-x+2}+\frac{x+2}{x^2-3x-x+3}$$

$$=\frac{x+1}{x(x-2)-1(x-2)}+\frac{x+2}{x(x-3)-1(x-3)}$$

$$=\frac{x+1}{(x-2)(x-1)}+\frac{x+2}{(x-3)(x-1)}$$

$$=\frac{(x+1)(x-3)+(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$=\frac{x^2-3x+x-3+x^2-2x+2x-4}{(x^2-2x-x+2)(x-3)}$$

$$=\frac{2x^2-2x-7}{(x^2-3x+2)(x-3)}$$

$$=\frac{2x^2-2x-7}{x^3-6x^2+11x-6}$$

$$(ii)\ \frac{x+2}{x^3+1}+\frac{x}{x^2-1}$$

$$=\frac{x+2}{(x+1)(x^2-x+1)}+\frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{(x+2)(x-1)+x(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)(x^2-x+1)}$$

$$=\frac{x^3+2x-2}{x^4-x^3+x^2-x^2+x-1}$$

$$=\frac{x^3+2x-2}{x^4-x^3+x-1}$$

مثال 2:۔

حل کریں۔

$$(i)\ \frac{x+3}{x^2-4}-\frac{x-1}{x+2}$$

$$(ii)\ \frac{x+5}{x^2-6x}-\frac{x}{x-6}$$

حل:

$$(i)\ \frac{x+3}{x^2-4}-\frac{x-1}{x+2}$$

$$=\frac{x+3}{(x-2)(x+2)}-\frac{x-1}{x+2}$$

$$=\frac{(x+3)(1)-(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{x+3-(x^2-2x-x+2)}{x^2-4}$$

$$= \frac{x+3-x^2+3x-2}{x^2-4}$$

$$= \frac{4x-x^2+1}{x^2-4}$$

$$= \frac{1+4x-x^2}{x^2-4}$$

(ii) $\frac{x+5}{x^2-6x} - \frac{x}{x-6}$

$$= \frac{x+5}{x(x-6)} - \frac{x}{x-6}$$

$$= \frac{x+5-x.x}{x(x-6)}$$

$$= \frac{x+5-x^2}{x^2-6x}$$

$$= \frac{5+x-x^2}{x^2-6x}$$

مثال 3:۔

مختصر کریں۔

(i) $\frac{x^2+x}{x^2-x} \times \frac{x-1}{x^3+1}$

(ii) $\frac{2x^2}{2x-1} \times \frac{2x-1}{6x+1}$

حل:

(i) $\frac{x^2+x}{x^2-x} \times \frac{x-1}{x^3+1}$

$$= \frac{x(x+1)}{x(x-1)} \times \frac{x-1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{1}{x^2-x+1}$$

(ii) $\frac{2x^2}{2x-1} \times \frac{2x-1}{6x+1}$

$$= \frac{2x^2(2x-1)}{(2x-1)(6x+1)}$$

$$= \frac{2x^2}{6x+1}$$

ناطق جملوں کی تقسیم Division of Rational Expressions:

ناطق جملوں کی تقسیم کا طریقہ یہ ہے کہ پہلے جملوں کے شمار کنندہ اور مخرج کے اجزائے ضربی بنائیں۔
پھر ان میں سے مشترک (یکساں) جملے کاٹ دیں۔

مثال:۔

مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{x^2-2x}{x+1} \div \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$

(ii) $\frac{3x-1}{1+x} \div \frac{1-3x}{x^2+2x+1}$

حل:

(i) $\frac{x^2-2x}{x+1} \div \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$

$$= \frac{x(x-2)}{x+1} \div \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x(x-2)}{x+1} \times \frac{(x+1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x(x+1)}{x+2}$$

$$=\frac{x^2+x}{x+2}$$

(ii) $\frac{3x-1}{1+x} \div \frac{1-3x}{x^2+2x+1}$

$$=\frac{3x-1}{1+x} \div \frac{1-3x}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{3x-1}{1+x} \times \frac{(x+1)(x+1)}{1-3x}$$

$$=\frac{(3x-1)(x+1)}{-(3x-1)}$$

$$=-(x+1)$$

الجبری جملے کی قیمت Value of an Algebraic Expression

اگر کسی کثیر رقمی P(x) میں "x" کی جگہ کوئی حقیقی عدد رکھیں تو ہمیں ایک حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے۔ یہ حقیقی عدد، $P(x)$ کی قیمت کہلاتی ہے۔ اگر $x = a$, $a \in R$ تو $P(x)$ کی قیمت $P(a)$ ہو گی۔

مثال کے طور پر:

اگر $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 5x + 1$ ہو تو $P(x)$ کی قیمت معلوم کریں۔ اگر (i) x= 1 . (ii) x= 2

$P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 5x + 1$

(i) $P(1) = 4(1)^3 + 3(1)^2 + 5(1) + 1$

$= 4+3+5+1$

$=13$

لہٰذا $P(1)=13$

اور (ii) $P(2) = 4(2)^3 + 3(2)^2 + 5(2) + 1$

$=32+12+10+1+55$

پس $P(2)=55$

مثال 1 :-

اگر $P(x)=4x^4+3x^2-5x+1$ ہو تو $P(-1)$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: چونکہ $P(x) = 4x^4+3x^2-5x+1$

$$P(-1) = 4(-1)^4+3(-1)^2-5(-1)+1$$

$$=4+3+5+1$$

$$=13$$

مثال 2 :-

اگر $P(x)=\frac{x^2-5x+6}{x^3+8}$ ہو تو $P(1)$ معلوم کریں۔

حل:

$$P(x)=\frac{x^2-5x+6}{x^3+8}$$

$$P(1)=\frac{1^2-5(1)+6}{1^3+8}=\frac{1-5+6}{1+8}$$

$$=\frac{2}{9}$$

مشق 1.1

حل کریں۔

1. اگر $P(x)=x^4+3x^2-5x+9$ ہو تو $x=0$ اور $x=1$ کے لیے $P(x)$ کی قیمت معلوم کریں۔
2. اگر $P(x)=2x^3+2x^2+x-1$ ہو تو $P(-2)$ معلوم کریں۔
3. اگر $P(y)=3y^2+\frac{y}{4}+9$ ہو تو $P(0)$ معلوم کریں۔
4. اگر $P(x)=9x^3-2x^2+3x+1$ ہو تو $P(1)$ اور $P(2)$ معلوم کریں۔
5. اگر $P(x)=\frac{x^2-5x+6}{x+1}$ ہو تو $P(1)$ اور $P(2)$ معلوم کریں۔
6. اگر $P(r)=2\pi r$ ہو تو $r=3$ اور $\pi=\frac{22}{7}$ کے لیے $P(r)$ معلوم کریں۔
7. اگر $P(r)=4\pi r^2$ ہو تو $r=8$ اور $\pi=\frac{22}{7}$ کے لیے $P(r)$ معلوم کریں۔

8. اگر $P(y) = y^4 + \frac{3y^3}{2} - y^2 + 1$ ہو تو $y = 2$ اور $y = -2$ کے لیے

اگر $P(y)$ معلوم کریں۔

دیے گئے ناطق جملوں کو ان کی مختصر ترین شکل میں تبدیل کیجیے۔

9- $\frac{8x^2y^2}{12x^4y}$

10- $\frac{25a^3b^2}{14a^2b^4}$

11- $\frac{16a^6b^7}{12a^3b^5 + 20a^5b^4}$

12- $\frac{18m^5x^3}{27m^4x^8 - 36m^6x^6}$

13- $\frac{5c-5d}{c^2 - d^2}$

14- $\frac{x^2 - y^2}{3y - 3x}$

مختصر کیجیے۔

15- $\frac{x}{x-y} + \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

16- $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2} + \frac{3x}{x+1}$

17- $\frac{x+2}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x-5}{x^2 - x - 6}$

18- $\frac{8x^2 + 18y^2}{4x^2 - 9y^2} - \frac{2x+3y}{2x-3y}$

19- $\frac{x}{x^2 + xy} - \frac{y}{x^2 - y^2}$

20- $\frac{x+y}{xy + y^2} - \frac{x}{x^2 - xy}$

21- $\frac{(x+1)^2}{x^2 - 1} - \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

22- $\frac{5x}{x-9} + \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 12x + 27} - \frac{6x}{x-3}$

23- $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} \div \frac{x}{x-2}$

24- $\frac{x^2 - 36}{x^2 - 1} \div \frac{x-6}{1-x}$

25- $\frac{x^2 - 5x}{x-1} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 + x + 20}$

26- $\frac{2x^2 - 5x - 12}{4x^2 + 4x - 3} \div \frac{2x^2 - 7x - 4}{6x^2 + 5x - 4}$

27- $\frac{x(2x-1)^2}{2x^2 - 1} \div \frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$

28- $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1} \times \frac{x+1}{x^3 + 1}$

29- $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} \times \frac{x}{3x+9}$

30- $\frac{x+5}{x^2 + 6x} \times \frac{x^3 + 6x^2}{x+5}$

31- $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \times \frac{x+1}{x-1}$

32- $\frac{x^2 + 4x + 3}{x+3} \times \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

1.2 کُلیے FORMULAE

ایک کلیہ، الجبری شکل میں ایک قانون کو ظاہر کرتا ہے جبکہ کُلیے اس کی جمع ہیں۔

1.2.1 کلیہ 1

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$

ثبوت: $L.H.S=(a+b)^2+(a-b)^2$

$$=a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2$$

$$=2a^2+2b^2$$

$$=2(a^2+b^2)$$

=R.H.S

کلیہ 2

$$(a+b)^2(a-b)^2=4ab$$

ثبوت:

$$L.H.S=(a+b)^2-(a-b)^2$$

$$=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$$

$$=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2$$

$$=4ab$$

=R.H.S

مثال 1:۔

a^2+b^2 کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a+b=8$ اور $ab=12$

حل: چونکہ $a+b=8$

دونوں اطراف مربع لینے سے $(a-b)^2=(8)^2$

$$a^2-2ab-b^2=64$$

$$a^2-b^2=64-2ab$$

$$=64-2(12)\quad\because ab=12$$

$$=64-24$$

$$a^2-b^2=40$$

علامت "∵" کا مطلب ہے کیونکہ

مثال 2:-

ab کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a + b = 9$ اور $a - b = 3$

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$
$$(9)^2 - (3)^2 = 4ab$$
$$81 - 9 = 4ab$$
$$4ab = 72$$
$$ab = \frac{72}{4}$$
$$ab = 18$$

1.2.2-کلیہ 3

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$= a + bp$ فرض کیا

$$\text{L.H.S} = (a+b+c)^2 = (p+c)^2$$
$$= p^2 + 2pc + c^2$$
$$= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \quad (\text{یہاں } p = a+b)$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$
$$= \text{R.H.S}$$

مثال 3:-

$a^2 + b^2 + c^2$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a + b + c = 12$ اور $ab + bc + ca = 8$

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$
$$(12)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(8)$$
$$144 = a^2 + b^2 + c^2 + 16$$
$$a^2 + b^2 + c^2 = 128$$

مثال 4:-

$a+b+c$ کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ $a^2+b^2+c^2=100$ اور $ab+bc+ca=22$ ہو

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$
$$= (a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ca)$$
$$= 100+2(22)$$
$$= 100+44$$
$$(a+b+c)^2 = 144$$
$$(a+b+c)^2 = (12)^2$$
$$a+b+c = \pm 12$$

نتائج

(i) $x^2 = a^2$

$x = \pm a$

(ii) $x^2 = a$

$x = \pm\sqrt{a}$

مثال 5:-

$ab+bc+ca$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a^2+b^2+c^2=36$ اور $a+b+c=8$ ہو

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$
$$8^2 = 36+2(ab+bc+ca)$$
$$64-36 = 2(ab+bc+ca)$$
$$2(ab+bc+ca) = 28$$
$$(ab+bc+ca) = \frac{28}{2}$$ (دونوں اطراف کو 2 پر تقسیم کرنے سے)
$$ab+bc+ca = 14$$

4

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

L.H.S $=(a+b)^3$

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3$

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= a^3 + 3ab(a+b) + b^3$

=R.H.S

5

$$(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

L.H.S $=(a-b)^3$

$=(a-b)^2(a-b)$

$=(a^2-2ab+b^2)(a-b)$

$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + b^2a - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(\because ab^2 = b^2a)$

$$= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

$$= R.H.S$$

کلیہ 6

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$R.H.S = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

$$= L.H.S$$

کلیہ 7

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$R.H.S = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3$$

$$= L.H.S$$

مثال 6:-

$x^3 + y^3$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $xy = 8$ اور $x + y = 5$

حل:

$$x + y = 5$$

(دونوں اطراف کا مکعب لینے سے)

$$(x+y)^3 = (5)^3$$

$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = 125$$

($xy = 8$ اور $x + y = 5$ رکھنے سے) $x^3 + y^3 + 3(8)(5) = 125$

$$x^3 + y^3 + 120 = 125$$

$$x^3 + y^3 = 125 - 120$$

$$\therefore x^3 + y^3 = 5$$

مثال 7:-

$a^3 - b^3$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a - b = 6$ اور $ab = 7$

حل:

$$a - b = 6$$

(دونوں اطراف کا مکعب لینے سے)

$$(a - b)^3 = (6)^3$$

$$a^3 - b^3 - 3ab(a - 6) = 216$$

$$a^3 - b^3 - 3(7)(6) = 216$$

$$a^3 - b^3 - 126 = 216$$

$$a^3 - b^3 = 216 + 126$$

$$a^3 - b^3 = 342$$

مثال 8:-

$x^3p^2 - 8y^3p^2 - 4x^3q^2 + 32y^3q^2$ کے اجزائے ضربی بنایے۔

حل: (رقوم کی ترتیب بدلنے سے)

$$x^3p^2 - 8y^3p^2 - 4x^3q^2 + 32y^3q^2$$

$$= p^2(x^3 - 8y^3) - 4q^2(x^3 - 8y^3)$$

$$= (p^2 - 4q^2)(x^3 - 8y^3)$$

$$= [(p)^2 - (2q)^2][(x)^3 - (2y)^3]$$

$$= (p - 2q)(p + 2q)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$$

مثال 9:-

$64x^6 - 729y^6$ کے اجزائے ضربی بنایے۔

$$64x^6 - 729y^6 = 2^6x^6 - 3^6y^6$$

$$= (2x)^6 - (3y)^6$$

$$= [(2x)^3]^2 - [(3y)^3]^2$$

$$= [(2x)^3 - (3y)^3][(2x)^3 + (3y)^3]$$

$$= (2x - 3y)[(4x^2 + 6xy + 9y^2)](2x + 3y)[(x^2 - 6xy + 9y^2)]$$

علامت " ∴ " کا مطلب ہے "لہذا"

مثال 10:۔

$(x+y)^3+64$ کے اجزائے ضربی بنایے۔

$$(x+y)^3+64$$
$$=(x+y)^3+(4)^3$$
$$=(x+y+4)[(x+y)^2-(x+y)4+(4^2)]$$
$$=(x+y+4)[x^2+y^2+2xy-4x-4y+16]$$

مثال 11:۔

y^6x^6 ۔ مسلسل حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$\because y^6x^6$$
$$=(x+y)^3+(4)^3$$
$$=(x^3)^2-(y^3)^2$$
$$=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$$
$$=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$$
$$=(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$$

مشق 1.2

درج ذیل سوالات فارمولوں کی مدد سے حل کریں۔

.1 $(x+2y)^2+(x-2y)^2$

.2 $(5x+3y)^2+(5x-3y)^2$

.3 $(3l+2m)^2-(3l-2ym)^2$

.4 $(l+m)(l-m)(l^2+m^2)$ (l^4+m^4)

$(ab-\frac{1}{ab})^3$

6. $(2x+3y+2)^2$

$(2p+q)^2$

8. $(3p+q+r)^2$

$(2x+3y)^3$

10. $(x+y)^3-1$

11. $(x-y)^3+64$

12. $8x^3+27y^3$

13. x^6-729y^6

14. $64a^6-b^6$

15. a^3-b^3 کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $a-b=4$ اور $ab=-5$

16. ثابت کیجیے۔ $[Z+\frac{1}{z}]^2-[z-\frac{1}{z}]^2=4$

17. a^2+b^2 اور ab کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $a+b=5$ اور $a-b=3$

18. $a^2+b^2+c^2$ کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $a+b+c=6$ اور $ab+bc+ca=11$

19. x^3+y^3 کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $x+y=7$ اور $xy=10$

20. $(x-y)^2$ کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $xy=-16$ اور $x^2+y^2=86$

21. $ab+bc+ca$ کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $a+b+c=11$ اور $a^2+b^2+c^2=81$

22. $(a+b+c)^2$ کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $ab+bc+ca=7$ اور $a^2+b^2+c^2=32$

1.3 مقادیر اصم اور ان کا اطلاق SURDS AND THEIR APPLICATIONS

1.3.1 مقادیر اصم Surds

ناطق اعداد: Rational Numbers

ایک عدد جس کو $\left[\frac{p}{q}\right]$ کی شکل میں بیان کیا جا سکے جبکہ 'p, q' صحیح اعداد ہوں اور $q \neq 0$ ناطق عدد کہلاتا ہے۔

مثال کے طور پر $\frac{3}{4}, \frac{2}{1}, \frac{8}{7}, \frac{-2}{5}$ تمام ناطق اعداد ہیں۔

غیر ناطق اعداد: Irrational Numbers

ایک ایسا عدد جو کہ ناطق عدد نہ ہو غیر ناطق عدد کہلاتا ہے۔

مثال کے طور پر $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ وغیرہ تمام غیر ناطق اعداد ہیں۔

صاف ظاہر ہے کہ ایک غیر ناطق عدد کو $\left[\frac{p}{q}\right]$ کی شکل میں بیان نہیں کیا جا سکتا جبکہ 'p, q' صحیح اعداد ہوں اور $q \neq 0$

حقیقی اعداد: Real Numbers

دو غیر مشترک ناطق اعداد کے سیٹ Q اور غیر ناطق اعداد کے سیٹ 'Q کا یونین حقیقی اعداد کا سیٹ کہلاتا ہے۔

جذر کی علامت والی مقادیر اصم :Surds of Radicals

جذر کی علامت پر مشتمل غیر ناطق عدد کو مقادیر اصم کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر $\sqrt{2}, 2\sqrt{3}, 4+3\sqrt{5}, 10-4\sqrt{6}, \frac{\sqrt{2}}{5}, \frac{9}{\sqrt{7}}$ تمام کی تمام مقادیر اصم ہیں۔

مثال:

(i) $\sqrt{3} = 3^{1/2}$ درجہ 2 کی مقادیر اصم ہے۔

(ii) $\sqrt[3]{4} = 4^{1/3}$ درجہ 3 کی مقادیر اصم ہے۔

(iii) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ درجہ n کی مقادیر اصم ہے۔ 'a' کو مجذور کہتے ہیں۔

جذر کے قوانین Laws of Radicals

جیسا کہ مقدار اصم کو ناطق قوت نما میں لکھا جاسکتا ہے۔ لہٰذا قوت نما کے قوانین کا بھی مقادیر اصم پر اطلاق ہوتا ہے۔ پس کسی بھی مثبت صحیح عدد 'n' اور مثبت ناطق اعداد 'a' اور 'b' کے لیے، ہمارے پاس درج ذیل قوانین ہیں

جذر کے قوانین	قوت نما کے قوانین
(I) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$	(I) $\left[a^{\frac{1}{n}}\right]^n = a$
(ii) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	(ii) $(ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}a\ b^{\frac{1}{n}}$
(iii) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	(iii) $\left[\frac{a}{b}\right]^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}$
(iv) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$	(iv) $\left[a^{\frac{1}{n}}\right]^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$

اصل مقادیر اصم: Pure Surds

ایسی مقدار اصم جس کا جزو ضربی صرف '1' ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔ اصل مقدار اصم کہلاتی ہے۔

مثال $\sqrt{2}, \sqrt{11}, \sqrt[4]{3}$: خالص مقادیر اصم ہیں۔

مخلوط مقادیر اصم: Mixed Surds

ایسی مقدار اصم جس کا '1' کے علاوہ کوئی اور ناطق جزو ضربی ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو، مخلوط مقدار اصم کہلاتی ہے

مثال $2\sqrt{3}, 5\sqrt{7}$: مخلوط مقادیر اصم ہیں۔

1.3.2 دوسرے درجے کی مقادیر اصم: Surds of Second Order

$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ ایک ایسی مقدار اصم ہے جس کا مرتبہ 2 ہے یعنی کہ دو درجی مقدار اصم۔

یاد رکھئے:

علامت $\sqrt{}$ جذر کی علامت ہے جس کا انڈیکس 2 ہے

مشابہ مقادیر اصم: Similar Surds

ایسی مقادیر اصم جن میں غیر ناطق جزو ضربی ایک جیسا ہو مشابہ مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

$\sqrt{3}, 5\sqrt{7}, \frac{1}{7}\sqrt{3}$ مشابہ مقادیر اصم ہیں۔

ایسی مقادیر اصم جن کے غیر ناطق جزو ضربی مختلف ہوں۔ مختلف مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

مثال $\sqrt{2}, 3\sqrt{5}, 2\sqrt{3}$: مختلف مقادیر اصم ہیں۔

مقادیر اصم کی جمع اور تفریق: Addition and Subtraction of Surds

مشابہ مقادیر اصم کی جمع اور تفریق کی جا سکتی ہے۔

مثال

$$(i)\ 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (6+5)\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

$$(ii)\ 12\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (12+4-6)\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

مقادیر اصم کی ضرب اور تقسیم: Multiplication and Division of two Surds

ایک ہی درجہ کی مقادیر اصم کو درج ذیل قوانین کے تحت ضرب دی جا سکتی ہے اور تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

کسی بھی قدرتی اعداد 'm' اور 'n' کے لیے

$$(i)\ \sqrt{m} \times \sqrt{n} = \sqrt{mn} \qquad (ii)\ \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{m}{n}}$$

مثال 1: $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ کو مختصر کریں۔

حل: قانون "$\sqrt{m} \times \sqrt{n} = \sqrt{mn}$" کے مطابق

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = = \sqrt{16} = 4\sqrt{8 \times 2}$$

مثال 2:

$\sqrt{180} \div \sqrt{24}$ کو مختصر کریں۔

حل: $\left[\sqrt{\frac{m}{n}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}\right]$ کے مطابق:

$$\sqrt{180} \div \sqrt{24} = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{180}{24}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times2\times3\times3\times5}{2\times2\times2\times3}}$$

$$= \sqrt{\frac{15}{2}}$$

مخرج کو ناطق بنانا: Rationalizing The Denominator

ہم کسی کسر کو اس کے مخرج میں جذر کی علامت ختم کرکے مختصر کر سکتے ہیں۔ ہم ایسا کرنے کے لیے مخرج اور شمار کنندہ دونوں کو اس جذری ارقم سے ضرب دیتے ہیں۔ یہ عمل مخرج کو ناطق بنانا کہلاتا ہے۔

مثال 1: درج ذیل کو مختصر کریں۔

$(a)\ \frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{5}{7\sqrt{2}}$

حل: (a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ کو $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ سے ضرب دیں

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(b) $\frac{5}{7\sqrt{2}}$ کو $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ سے ضرب دیں

$$\frac{5}{7\sqrt{2}} = \frac{5}{7\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{7\times2} = \frac{5\sqrt{2}}{14}$$

مثال 2:

$(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})$ کو ضرب دیں۔

حل:

$$(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})$$

$$=(2\times5+2(-\sqrt{3})+5\times\sqrt{3}+\sqrt{3}(-\sqrt{3})$$

$$=10-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3$$

$$=7+3\sqrt{3}$$

مثال 3: ضرب دیں۔

$$(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})(4\sqrt{5}+3\sqrt{2})$$

حل :

$$(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})(4\sqrt{5}+3\sqrt{2})$$

$$=12(\sqrt{5})^2+9\sqrt{5}\sqrt{2})-20\sqrt{2}\sqrt{5}-15(\sqrt{2})^2$$

$$=12\times 5+9\sqrt{10}-20\sqrt{10}-15\times 2$$

$$=60-30-11\sqrt{10}$$

$$=30-11\sqrt{10}$$

مثال 4:

مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $\sqrt{288}$ (ii) $\sqrt{147}$ (iii) $\sqrt{36a^3}$

حل:

(i) $\sqrt{288}$

$$=\sqrt{2\times2\times2\times2\times2\times3\times3}$$

$$=\sqrt{2\times2}\times\sqrt{2\times2}\times\sqrt{3\times3}\times\sqrt{2}$$

$$=2\times2\times3\sqrt{2}$$

$$=12\sqrt{2}$$

2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

(ii) $\sqrt{147}$

$$=\sqrt{7\times7\times3}$$

$$=\sqrt{7\times7}\times\sqrt{3}$$

$$=7\sqrt{3}$$

7	147
7	21
3	3
	1

(iii) $\sqrt{36a^3}$

$$=\sqrt{6\times6\times a\times a\times a}$$

$$=\sqrt{6\times6}\times\sqrt{a\times a}\times\sqrt{a}$$

$$=6\times a\times\sqrt{a}$$

$$=6a\sqrt{a}$$

ناطق بنانا: Rationalization

دو رقمی مقدار اصم : Binomial Surd

ایک ایسا دو رقمی جملہ جس میں کم از کم ایک رقم مقدار اصم ہو۔دو رقمی مقدار اصم کہلاتی ہے

مثلاً $a + b\sqrt{x}, \sqrt{x}+\sqrt{y}$ دو رقمی مقادیر اصم ہیں۔

دو رقمی مقادیر اصم کا کانجو گیٹ : Conjugate of Binomial Surds

(i) $a+ b\sqrt{x}$ اور $a - b\sqrt{x}$

(ii) $\sqrt{x}+ \sqrt{y}$ اور $\sqrt{x} - \sqrt{y}$

درج بالا ایسی مقادیر اصم کے جوڑے ہیں جن کا حاصل ضرب ایک ناطق جملہ ہے۔ مقادیر اصم کا ایسا جوڑا دو رقمی مقادیر اصم کا کانجو گیٹ کہلاتا ہے۔ جبکہ ان میں سے ہر ایک دوسرے کا کانجو گیٹ کہلاتا ہے۔

(i) $2 + 3\sqrt{5}$ کی کانجو گیٹ مقدار اصم $3\sqrt{5} - 2$ ہے۔

(ii) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ کی کانجو گیٹ مقدار اصم $\sqrt{3} - \sqrt{7}$ ہے۔

یاد رکھیے کہ : دو رقمی کانجو گیٹ ایک دوسرے کے ناطق ساز جزو ضربی کہلاتے ہیں۔

جزو ناطق : Rationalizing Factor

جب دو مقادیر اصم کا حاصل ضرب ایک ناطق جملہ ہو تو وہ دونوں ایک دوسرے کا جزو ناطق ساز جزو ضربی کہلاتے ہیں۔

مثال :

(i) $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$ (جو کہ ناطق ہے)

$2\sqrt{3}, \sqrt{3}$ کا ناطق ساز جزو ضربی ہے

(ii) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$ (جو کہ ایک ناطق ہے)

لہٰذا $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ اور $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ایک دوسرے کے ناطق ساز جزو ضربی ہیں

مقاد یر اصم کو ناطق بنانا: Rationalizing of Surds

کسی مقدار اصم کو مناسب ناطق ساز جزو سے ضرب دے کر اسے ناطق عدد میں تبدیل کرنے کا عمل مقدار اصم کو ناطق بنانا کہلاتا ہے۔

مثال 1:

$\frac{1}{5+2\sqrt{3}}$ کے مخرج کو ناطق بنائیے۔

حل: $\frac{1}{5+2\sqrt{3}}$

$$=\frac{1}{5+2\sqrt{3}} \times \frac{5-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$$

$$=\frac{5-2\sqrt{3}}{5^2-(2\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{5-2\sqrt{3}}{25-12} = \frac{5-2\sqrt{3}}{13}$$

مثال 2:

$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ کے مخرج کو ناطق بنائیے۔

حل: $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

مثال 3:

اگر $x = 3+\sqrt{8}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $\frac{1}{x}$ (ii) $x+\frac{1}{x}$ (iii) $x-\frac{1}{x}$ (iv) $\left[x+\frac{1}{x}\right]^2$

(v) $\left[x-\frac{1}{x}\right]^2$ (vi) $x^2+\frac{1}{x^2}$ (vii) $x^2-\frac{1}{x^2}$

حل:

(i) $\frac{1}{x} = \frac{1}{3+\sqrt{8}}$

$$= \frac{1}{3+\sqrt{8}} \times \frac{3-\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}$$

$$= \frac{3-\sqrt{8}}{(3)^2-(\sqrt{8})^2} = \frac{3-\sqrt{8}}{9-8}$$

$$= 3-\sqrt{8}$$

(ii) $x+\frac{1}{x}$

$$= (3+\sqrt{8})+(3-\sqrt{8})$$

$$= 3+\sqrt{8}+3-\sqrt{8}$$

$$= 6$$

(iii) $x-\frac{1}{x}$

$$= (3+\sqrt{8})-(3-\sqrt{8})$$

$$= 3+\sqrt{8}-3+\sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{8}$$

(iv) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$

$$\left(\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 6^2 \subset \text{(ii)}\right)$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 36$$

(v) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

$$\left(\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = (2\sqrt{8})^2 \subset \text{(iii)}\right)$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = 32$$

(vi) $x^2+\frac{1}{x^2}$

$$= x^2+\frac{1}{x^2}+2-2$$

$$= \left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)-2$$

$$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$$

$$\left(= 36-2 \subset \text{(iv)}\right)$$

$$= 34$$

(vii) $x^2-\frac{1}{x^2}$

$$= \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$$

$$= 6(2\sqrt{8}) \qquad (\subset \text{(ii,iii)})$$

$$= 12\sqrt{8}$$

مشق 1.3

1. مخرج سے جذری علامت دور کیجیے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

2. درج ذیل جملوں کو مختصر کریں۔

(i) $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ (ii) $4\sqrt{50}+\sqrt{200}+\sqrt{50}$

(iii) $(\sqrt{12}-\sqrt{2})(\sqrt{20}-3\sqrt{2})$ (iv) $(6+\sqrt{2})(5-\sqrt{5})$

(v) $(\sqrt{3}-2)(5-\sqrt{5})$ (vi) $(7+\sqrt{3})(5+\sqrt{2})$

3. درج ذیل کے مخارج کو ناطق بنائیے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ (ii) $\frac{1}{4-\sqrt{5}}$ (iii) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ (iv) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

(v) $\frac{5\sqrt{7}}{2+3\sqrt{7}}$ (vi) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (vii) $\frac{29}{11+3\sqrt{5}}$

(viii) $\frac{17}{3\sqrt{7}+2\sqrt{3}}$

4. اگر $x=\sqrt{5}+2$ ہو تو (i) $x+\frac{1}{x}$ اور (ii) $x^2+\frac{1}{x^2}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

5. اگر $x=2+\sqrt{3}$ ہو تو (i) $x-\frac{1}{x}$ اور (ii) $x^2+\frac{1}{x^2}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

6. اگر $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ہو تو (i) $x-\frac{1}{x}$ اور (ii) $x^2+\frac{1}{x^2}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

7. اگر $\frac{1}{x}=3-\sqrt{2}$ ہو تو (i) $x+\frac{1}{x}$ اور (ii) $x-\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

8. اگر $\frac{1}{p}=\sqrt{10}+3$ ہو تو (i) $\left(p+\frac{1}{p}\right)^2$ اور (ii) $\left(p-\frac{1}{p}\right)^2$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

9. مخرج کو ناطق بنائیے۔ (i) $\frac{b+\sqrt{b^2-a^2}}{b-\sqrt{b^2-a^2}}$ (ii) $\frac{\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3}+\sqrt{a-3}}$

ا۔ صحیح جوابات کے گرد دائرہ لگائیے۔

1 ایک $\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی شکل کا الجبری جملہ جس میں $Q(x) \neq 0$ ہو جبکہ $Q(x), p(x)$ کثیر رقمیاں ہوں کہلاتا ہے

(a) ناطق عدد
(b) ناطق جملہ
(c) مقدار اصم
(d) مخلوط مقدار اصم

2. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = ?$

(a) $2(a+b)^2$
(b) $4ab$
(c) $-4ab$
(d) $a^2 + b^2$

3. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = ?$

(a) $-4ab$
(b) $a^2 + b^2$
(c) $4ab$
(d) $2(a^2 + b^2)$

4. $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = ?$

(a) $(a-b)^3$
(b) $(a+b)^3$
(c) $a^3 - b^3$
(d) $a^3 + b^3$

5. $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = ?$

(a) $a^3 - b^3$
(b) $(a+b)^3$
(c) $(a-b)^3$
(d) $a^3 + b^3$

6. $a^3 + 3ab(a+b) + b^3 = ?$

(a) $(a+b)^3$
(b) $(a-b)^3$
(c) $a^3 + b^3$
(d) $a^3 - b^3$

7. $a^3 - 3ab(a-b) - b^3 = ?$

(a) $a^3 + b^3$
(b) $(a+b)^3$
(c) $a^3 - b^3$
(d) $(a-b)^3$

8. ایک غیر ناطق عدد جس میں جذر کی علامت ہو، کہلاتا ہے

(a) مخلوط مقدار اصم
(b) مقدار اصم

(c) ناطق عدد (d) قدرتی عدد

9. مقدار اصم $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ کا درجہ ہے۔

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 1/2

10. مقادیر اصم کو ضرب دی جا سکتی ہے اگر وہ ہوں

(a) یکساں درجہ کی (b) دو درجی

(c) مختلف درجوں کی (d) درجہ n کی

11 - خالی جگہ پر کریں۔

1. ایک $\frac{p}{q}$ کی شکل کا عدد جس میں $q \neq 0$ اور $p, q \in Z$ ____________ کہلاتا ہے۔

2. $\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی شکل کا جملہ جس میں $Q(x) \neq 0$ اور $Q(x), p(x)$ کثیر رقمیاں ہوں، ____________ کہلاتا ہے۔

3. $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ ____________

4. $(a+b)^2 + (a-b)^2 =$ ____________

5. $a^3 + 3ab(a+b) + b^3 =$ ____________

6. $a^3 - 3ab(a-b) - b^3 =$ ____________

7. $(a-b)(a^2+ab+b^2) =$ ____________

8. $(a+b)(a^2-ab+b^2) =$ ____________

9. ایک غیر ناطق عدد جس میں جذری علامت ہو ____________ کہلاتا ہے

10. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ ____________ درجہ کی مقدار اصم کہلاتی ہے۔

خلاصہ Summary

کلیے: Formulae

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2c$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab(a \pm b) \pm b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

مقدار اصم : مقدار اصم ایک غیر ناطق جملہ ہے جس میں جذری علامت پائی جاتی ہے۔

خالص مقدار اصم: ایسی مقدار اصم جس میں '1' ایک ناطق جزو ضربی ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔

مخلوط مقادیر اصم: ایسی مقدار اصم جس میں '1' کے علاوہ کوئی ناطق جزو ضربی ہو جبکہ دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔ مخلوط مقدار اصم کہلاتی ہے۔

مشابہ مقادیر اصم: مقادیر اصم جن کا یکساں غیر ناطق جزو ہو، ہم شکل/مشابہ مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

غیر مشابہ مقدار اصم: ایسی مقادیر اصم جن میں غیر ناطق اجزائے ضربی مختلف ہوں۔ غیر مشابہ مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

ناطق ساز جزو ضربی: دو ایسی مقادیر اصم کہ جن کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہو تو دونوں ایک دوسرے کا ناطق ساز جزو ضربی کہلاتی ہیں۔